

Facultad de Educación

Universidad de Zaragoza

**Grado en Magisterio en Educación Primaria**

# **Trabajo Fin de Grado**

## **ESTRUCTURAS MULTIPLICATIVAS EN TIMSS: DESARROLLO DE UNA PROPUESTA ORIGINAL Y EXPERIMENTACIÓN EN AULA**

Autor: Beatriz Andrés Lastanao

Director: Sergio Martínez Juste

Junio de 2014



**Universidad  
Zaragoza**



# ÍNDICE

1. Introducción.....	5
2. Marco teórico .....	9
2.1. Pruebas de evaluación de diagnóstico .....	10
2.2. Importancia de las pruebas en la sociedad actual .....	12
2.3. Pruebas de diagnóstico en primaria. Pruebas TIMSS .....	26
2.4. Estructuras multiplicativas .....	35
3. Objetivos del trabajo .....	45
4. Marco metodológico.....	47
4.1. Búsqueda y selección de ítems liberados .....	48
4.2. Estructura para la elaboración de ítems de tipo TIMSS .....	48
4.3. Selección de la muestra .....	51
5. Resultados .....	53
5.1. Análisis de los ítems sobre el tópico seleccionado en TIMSS .....	53
5.2. Elaboración de los ítems.....	54
5.3. Experimentación en el aula .....	64
5.4. Resultados de cada uno de los ítems .....	65
5.5. Comparativa entre los resultados propios y los resultados de TIMSS .....	78
5.6. Resultados de los alumnos en la prueba .....	79
6. Conclusiones y valoración personal .....	81
7. Referencias .....	85
Anexo I: Ítems liberados de TIMSS 2007 sobre estructuras multiplicativas .....	89
Anexo II: Prueba propia .....	97



## RESUMEN

Actualmente tienen una gran repercusión las pruebas de evaluación de diagnóstico en las que España no obtiene unos buenos resultados a nivel internacional. Es conocido, por ejemplo, el informe PISA, prueba de evaluación internacional para alumnos de secundaria. Sin embargo, tanto a nivel nacional como internacional, existen otros instrumentos de evaluación objetiva utilizados para evaluar distintos aspectos del sistema educativo.

Este trabajo, tras un breve repaso a las diferentes pruebas de diagnóstico existentes, se centra en las evaluaciones de la competencia matemática, concretamente en aquellas que, a nivel internacional, evalúan a los alumnos de 4º de educación primaria, las pruebas TIMSS.

El objetivo principal es analizar la estructura de las pruebas TIMSS y desarrollar una prueba original que será puesta en práctica en un aula de 4º de primaria. Posteriormente se realizará un análisis detallado de los resultados. Se introducirán ítems extraídos de pruebas TIMSS para hacer una comparativa entre los resultados de los alumnos seleccionados y los resultados en TIMSS.

La prueba se centrará en las estructuras multiplicativas del número natural por ser un contenido propio del segundo ciclo de Educación Primaria y de suma importancia para la adquisición de conceptos aritméticos como la divisibilidad y la proporcionalidad aritmética.

*Palabras clave:* TIMSS, estructuras multiplicativas, 4º primaria, evaluación de diagnóstico, didáctica de las matemáticas.

## ABSTRACT

Recently, diagnostic assessments have a big effect, in which Spain does not achieve to get very good results related with international levels. Many of diagnostic assessments are known, such as “Informe PISA” which is an international assessment for Secondary School pupils. However, there are other diagnostic assessments which are used in order to assess several educational system aspects in a national and international level.

After reviewing to different diagnostic tests, this work is based on diagnostic assessments in relation to mathematics competence, specifically in which are in an international level and can assess fourth grade pupils, TIMSS test.

The main objective is to analyze TIMSS's structures and developing an original test, which will be put in practice on 4th primary grade class. After that, it will be carried out a specific analysis about results obtained. It will be introduced some items which were taken TIMSS test out in order to a comparison between pupils were selected and TIMSS results.

The test is going to focus on multiplicative structures of natural numbers, because of it is a own content of the second cycle primary education and very important in order to get mathematical concepts such as divisibility and arithmetic proportionality.

**Keywords:** *TIMSS, multiplicative structures, 4<sup>th</sup> Primary grade, diagnostic assessments, mathematics competence.*

# 1 INTRODUCCIÓN

La creciente preocupación mediática y política por las evaluaciones de diagnóstico, sobre todo por aquellas de carácter internacional en las que se hacen ranking de países, han provocado que el análisis de las mismas sea un foco de interés de docentes en todos los niveles del sistema educativo español. Los resultados de éstas pruebas suelen arrojar para España unos resultados, cuando menos, mediocres. Cabe entonces preguntarse por las causas de tales resultados. ¿Es malo el sistema educativo español? ¿Se invierten adecuadamente los recursos en educación? ¿Nuestros bajos resultados son debidos a la herencia de épocas anteriores? ¿Qué pueden hacer los docentes para mejorar dichos resultados? ¿Deberían preocuparse los docentes en mejorar los resultados o deberían ignorarlos porque se trata de algo anecdótico y alejado de su actividad docente?

Este trabajo no pretende dar una respuesta a todas las cuestiones anteriores. Sin embargo, para poder tener una opinión formada sobre ellas se hace indispensable, como primer paso, conocer qué tipo de pruebas se pasan a nuestros alumnos, sobre qué se les evalúa, cómo se les evalúa, qué tipo de ejercicios y problemas se les plantean, etc.

También me parece importante destacar la relación que guardan las evaluaciones de diagnóstico y la docencia. Ya que aunque los resultados no sean utilizados para calificar a los alumnos, sí que resultan útiles como herramientas para que, docentes, centros y familias puedan detectar problemas en la adquisición de las competencias, pudiendo poner así los medios necesarios para solucionar estos problemas y mejorar así los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Uno de los aspectos que más llama la atención es la repercusión que ha tenido este tipo de pruebas, en concreto las pruebas PISA, en la redacción de la nueva ley de educación (LOMCE) ya que se usan como excusa para la introducción de las evaluaciones externas, que son la principal novedad en esta nueva ley. Se justifica que de esta forma se pretende mejorar la calidad del sistema educativo, ya que en los veinte países de la OCDE en que se realizan pruebas de esta naturaleza se observa una notable mejora de hasta veinte puntos en los resultados PISA. Además se incide en que las pruebas de evaluación serán homologables con las que se realizan en el ámbito internacional, principalmente aquellas que organiza la OCDE que se centran en la adquisición de competencias.

En concreto, este trabajo se centra en las pruebas internacionales de evaluación de diagnóstico de la competencia matemática, las pruebas TIMSS (de sus siglas en inglés para: Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias). Estas pruebas son un estudio en diferentes países que lleva a cabo cada cuatro años la Asociación Internacional para la Evaluación del Rendimiento Educativo (IEA) y que permite evaluar el rendimiento académico de 4º de Educación Primaria y 2º de la ESO, en matemáticas y ciencias, pudiendo comparar los resultados de todos los países participantes.

El tema elegido para la realización de este TFG responde a motivaciones personales, relacionadas con mis estudios académicos, ya que a lo largo de toda mi formación como Maestra en Educación Primaria en la Universidad de Zaragoza me han suscitado mucho interés las matemáticas y su didáctica. De entre todos los posibles tópicos, éste llamó mi atención puesto que conocía la existencia de las pruebas de diagnóstico de la competencia matemática por las conocidas pruebas PISA, las cuales tienen una repercusión social y mediática muy importante, sin embargo desconocía la existencia de otro tipo de evaluaciones de diagnóstico, y mucho menos a nivel de Primaria. Por lo tanto, me parecía un tema muy interesante sobre el que investigar y sobre el que quería profundizar.

A lo largo de este trabajo se va a realizar una revisión de diferentes pruebas de diagnóstico para luego elaborar una prueba propia y analizar los resultados obtenidos en ésta.

Tras una búsqueda de diferentes tipos de pruebas tanto a nivel nacional, como internacional, decidimos enfocar nuestra atención en las pruebas TIMSS puesto que había mucha información sobre ellas y además tanto su estructura en contenidos, como los dominios cognitivos que en ella se trabajaban, me parecían aspectos muy interesantes.

Como el tema era muy amplio, a lo largo de este trabajo, nos vamos a centrar en las estructuras multiplicativas con números naturales, tanto en el análisis de las pruebas TIMSS, como en la elaboración de una prueba propia, para su posterior análisis.

Antes de terminar me gustaría dar mi agradecimiento a aquellas personas que han hecho que este proyecto sea una realidad.



En primer lugar a mi tutor, Sergio Martínez, por su apoyo, sus consejos y su ayuda, por guiarme en este camino que tan difícil parecía, y por todo el tiempo invertido teniendo un hueco siempre para atenderme cuando lo necesitaba.

Agradecer también a mi familia, concretamente a mis padres por confiar en mí y apoyarme siempre, por estar ahí y por su paciencia conmigo en todo momento.

También a mis amigos, por ayudarme a desconectar y recuperar fuerzas antes de volver al trabajo.

No puedo olvidarme tampoco del colegio Hijas de San José, lugar dónde nació mi vocación y dónde durante estos años ha ido creciendo día a día tanto en las prácticas como en el resto de actividades en las que me brindan la oportunidad de participar. Sin su disponibilidad, su ayuda y su tiempo, este trabajo no habría salido adelante.

Y por último, dar las gracias a Jose, por toda la ayuda recibida, por dedicarme tanto tiempo, por tratar de entenderme y porque a pesar de estar tan lejos, siempre te tengo a mi lado, gracias.



## 2 MARCO TEÓRICO

El marco teórico sobre el que se va a desarrollar este trabajo se sustenta en cuatro puntos principales:

- Conocimiento de las diferentes pruebas de evaluación de diagnóstico.
- Estudio de la repercusión mediática y política de las pruebas de evaluación.
- Análisis de las pruebas TIMSS.
- Estudio de la didáctica de las estructuras multiplicativas del número natural.

Las pruebas de diagnóstico son utilizadas por gobiernos de muchos para descubrir los puntos débiles y fuertes de sus sistemas educativos. Actualmente son muchas las pruebas de evaluación de diagnóstico que se utilizan. En este apartado haremos un breve repaso de todas ellas.

Es importante destacar la influencia o repercusión que este tipo de pruebas tienen sobre la sociedad a nivel legislativo y también en los medios de comunicación. Durante este apartado veremos sobre todo que la prueba que más influyente es el Informe PISA que, a priori, trata de evaluar las mismas áreas que TIMMS con la variante de que se realiza solo en secundaria y que, además de ciencias y matemáticas, también evalúa los resultados obtenidos en comprensión lectora.

Por otro lado, nos centraremos en las pruebas internacionales más representativas en primaria para evaluar la competencia matemática, la prueba TIMMS. Dicha prueba fue creada por la IEA (Asociación Internacional para la Evaluación del Rendimiento Educativo), y en ella se valoran dominios cognitivos y contenidos de las asignaturas de matemáticas y ciencias. Esta prueba permite un campo de estudio con una muestra poblacional más grande en número, ya que incluye alumnos de 4º de educación primaria, y de 2º de la ESO. En este apartado nos centraremos únicamente en los de 4º de primaria.

Por último, nos centraremos en el estudio didáctico de las estructuras multiplicativas sobre el número natural, que es el tópico seleccionado para la elaboración de la prueba. Se analizarán las diferentes situaciones didácticas multiplicativas, tanto formales como concretas, y las dificultades que los alumnos pueden encontrar en cada una de ellas.

## **2.1 Pruebas de evaluación de diagnóstico**

Las pruebas de diagnóstico son instrumentos de evaluación objetiva utilizados por los gobiernos y autoridades para evaluar distintos aspectos de los sistemas educativos. Evalúan la calidad de un sistema educativo comparándolo con otros (carácter internacional). Además, analiza sus peculiaridades introduciendo variables como el nivel económico, social y cultural de los alumnos y sus familias, las características sociales, la inversión estatal en educación, etc.

Las pruebas de evaluación de diagnóstico son pruebas objetivas o cuestionarios que se realizan en un rango de población concreto, y que tienen como finalidad extraer una serie de conclusiones sobre un área determinada previamente.

Según la localización de la muestra seleccionada para pasar la prueba, podemos distinguir entre pruebas internacionales, que se llevan a cabo en distintos países de una forma similar, o pruebas propias del sistema educativo español, ya sean de carácter nacional o autonómico.

Las pruebas de carácter internacional, podemos clasificarlas según el segmento de la población a la que están dirigidas (primaria, secundaria y adultos) y según los contenidos educativos que se evalúan (matemáticas, lengua, idiomas, competencia digital,...).

### **2.1.1. Pruebas internacionales para alumnos de primaria**

PIRLS (por sus siglas en inglés para Estudio Internacional de Progreso en Comprensión Lectora) y TIMSS (por sus siglas en inglés para Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias), son dos pruebas internacionales destinadas al alumnado de 4º de Primaria. PIRLS evalúa la comprensión lectora del alumnado, mientras que las pruebas TIMSS se encargan de evaluar tanto las matemáticas como las ciencias. (Ver PIRLS – TIMSS, 2014)

### **2.1.2. Pruebas internacionales para alumnos de secundaria**

PISA (por sus siglas en inglés para Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes), es un análisis del rendimiento de los estudiantes de 15 años, sobre todo, en ciencias, matemáticas y comprensión lectora. Ha sido establecido y llevado a cabo por la OCDE (Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico), siendo modificado o re-evaluado cada tres años. (Ver PISA, 2014)

ICCS (por sus siglas en inglés para Estudio Internacional de Civismo y ciudadanía), está destinado a los alumnos de 2º de educación secundaria e investiga en qué medida estos alumnos están preparados para todo lo que conlleva ser un ciudadano, es decir, comprender sus derechos, asumir sus responsabilidades. (Ver ICCS, 2014)

EECL (por sus siglas en inglés para Estudio Europeo de Competencias Lingüística), coordinado por la Comisión Europea, este estudio tiene la finalidad de conocer el dominio sobre lenguas extranjeras. En España, se les ha evaluado tanto de inglés como de francés a una muestra representativa de alumnos que se encuentran en el último curso de Secundaria. Aunque en otros países se evalúan otros idiomas como alemán, italiano o español. (Ver EECL, 2014)

### **2.1.3. Pruebas internacionales para la población adulta**

PIAAC (por sus siglas en inglés para el programa de Evaluación de Competencias de la población Adulta), es una prueba que se realiza a la población adulta a lo largo de su vida laboral, de entre 16 y 65 años y se encarga de medir las destrezas cognitivas básicas que permiten a las personas adultas participar en la vida social y económica. En la primera edición de las pruebas PIAAC participaron 26 países. (Ver PIAAC, 2014)

TALIS (por sus siglas en inglés para Estudio internacional sobre la Enseñanza y el Aprendizaje), es un estudio promovido por la OCDE mediante el que a través de encuestas a profesores y directores de centros, se pretende ofrecer información sobre los procesos educativos de enseñanza y aprendizaje (Ver TALIS, 2014)

TEDS-M (por sus siglas en inglés para Estudio Internacional sobre la Formación en Matemáticas de los Maestros), es una prueba que realizan los profesores de matemáticas de primaria y secundaria y que pretende evaluar los planes de formación de los docentes en esta materia. (Ver TEDS-M, 2014)

#### **2.1.4. Pruebas propias del sistema educativo español**

Además de las pruebas internacionales, en el sistema educativo español existen dos tipos de pruebas de diagnóstico propias establecidas por la Ley Educativa. Unas de carácter nacional y otras de carácter autonómico (las primeras muestrales y las segundas censales). Éstas se llevan a cabo en cada una de las etapas educativas obligatorias (primaria 6-12 años y secundaria 12-16). En ellas se recoge información tanto del alumnado como de los centros. (Ver en Evaluación general de diagnóstico, 2014)

El organismo que se encarga de la gestión de las pruebas nacionales e internacionales en España es el Instituto Nacional de Evaluación Educativa mientras que son las propias Comunidades Autónomas las que se encargan de las evaluaciones censales.

Las evaluaciones generales de diagnóstico o muestrales, se realizan para obtener datos representativos del alumnado y de los diferentes centros de todas las comunidades autónomas para obtener así información general de todo el territorio.

Si nos centramos en Aragón, en las pruebas censales que se realizan va variando año tras año las competencias evaluadas (competencia matemática, interacción con el mundo físico, competencia lingüística tanto en inglés como en castellano...)

## **2.2 Importancia de las pruebas de diagnóstico en la educación actual**

En este apartado analizaremos la relevancia de las pruebas de diagnóstico en la actualidad en dos niveles diferentes: el legislativo y el social. En las últimas leyes educativas, las pruebas de evaluación de diagnóstico tienen un lugar importante, tanto en la que está en vigor en el momento actual, la LOE, como en la que entra en vigor el nuevo

curso, la LOMCE. A nivel social y mediático los resultados que España obtiene en estas pruebas son bastante comentados en diferentes medios de comunicación.

### **2.2.1 Relevancia de las pruebas de diagnóstico en las leyes educativas:**

La Ley Orgánica de educación (LOE) 2/2006, del 3 de mayo, establece en sus artículos 21, 28 y 144, tanto el marco normativo como las características y finalidades de las evaluaciones de diagnóstico y determina además las responsabilidades y obligaciones de los centros y de las Administraciones educativas con respecto a dichas evaluaciones.

- *Educación Primaria: Artículo 21 Evaluación de diagnóstico: “Al final del segundo ciclo de educación primaria todos los centros realizarán una evaluación de diagnóstico de las competencias básicas alcanzadas por sus alumnos. Esta evaluación, competencia de las Administraciones educativas, tendrá carácter formativo y orientador para los centros e informativo para las familias y para el conjunto de la comunidad educativa. Estas evaluaciones tendrán como marco teórico de referencia las evaluaciones generales de diagnóstico que se establecen en el artículo 144.1 de esta Ley”*
- *Educación Secundaria: Artículo 29: “Al finalizar el segundo curso de educación secundaria obligatoria todos los centros realizarán una evaluación de diagnóstico de las competencias básicas alcanzadas por sus alumnos. Esta evaluación será competencia de las administraciones educativas y tendrá formativo y orientador para los centros e informativo para las familias y para el conjunto de la comunidad educativa. Estas evaluaciones tendrán como marco teórico de referencia las evaluaciones generales de diagnóstico que se establecen en el artículo 144.1 de esta Ley”*
- *Artículo 144: Evaluaciones generales de Diagnóstico*
  1. *El Instituto de Evaluación y los organismos correspondientes de las Administraciones educativas, en el marco de la evaluación general del sistema educativo que les compete, colaborarán en la realización de evaluaciones generales de diagnóstico, que permitan obtener datos representativos, tanto del*

*alumnado y de los centros de las Comunidades Autónomas como del conjunto del Estado. Estas evaluaciones versarán sobre las competencias básicas del currículo, se realizarán en la enseñanza primaria y secundaria e incluirán, en todo caso, las previstas en los artículos 21 y 29. La Conferencia Sectorial de Educación velará para que estas evaluaciones se realicen con criterios de homogeneidad.*

*2. En el marco de sus respectivas competencias, corresponde a las Administraciones educativas desarrollar y controlar las evaluaciones de diagnóstico en las que participen los centros de ellas dependientes y proporcionar los modelos y apoyos pertinentes a fin de que todos los centros puedan realizar de modo adecuado estas evaluaciones, que tendrán carácter formativo e interno.*

*3. Corresponde a las Administraciones educativas regular la forma en que los resultados de estas evaluaciones de diagnóstico que realizan los centros, así como los planes de actuación que se deriven de las mismas, deban ser puestos en conocimiento de la comunidad educativa. En ningún caso, los resultados de estas evaluaciones podrán ser utilizados para el establecimiento de clasificaciones de los centros.*

Si nos fijamos en la nueva Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE), del 9 de diciembre, ya desde el preámbulo se hacen referencias a las pruebas de evaluación de diagnóstico, como la razón por la cual se introducen las evaluaciones externas como una novedad para mejorar la calidad del sistema educativo, concretamente en el apartado VIII se dice:

*“Las evaluaciones externas de fin de etapa constituyen una de las principales novedades de la LOMCE con respecto al marco anterior y una de las medidas llamadas a mejorar de manera más directa la calidad del sistema educativo. Veinte países de la OCDE realizan a sus alumnos y alumnas pruebas de esta naturaleza y las evidencias indican que su implantación tiene un impacto de al menos dieciséis puntos de mejora de acuerdo con los criterios de PISA.*

*Estas pruebas tendrán un carácter formativo y de diagnóstico. Por un lado deben servir para garantizar que todos los alumnos y alumnas alcancen los niveles*



*de aprendizaje adecuados para el normal desenvolvimiento de la vida personal y profesional conforme el título pretendido, y además deben permitir orientar a los alumnos y alumnas en sus decisiones escolares de acuerdo con los conocimientos y competencias que realmente posean. Por otro lado, estas pruebas normalizan los estándares de titulación en toda España, indicando de forma clara al conjunto de la comunidad educativa cuáles son los niveles de exigencia requeridos e introduciendo elementos de certeza, objetividad y comparabilidad de resultados. Además, proporcionan a los padres, a los centros y a las Administraciones educativas una valiosa información de cara a futuras decisiones. El objetivo de esta evaluación es la mejora del aprendizaje del alumno o alumna, de las medidas de gestión de los centros y de las políticas de las Administraciones.*

*[...]*

*Las pruebas serán homologables a las que se realizan en el ámbito internacional y, en especial, a las de la OCDE y se centran en el nivel de adquisición de las competencias.”*

Como se lee en este preámbulo, este tipo de pruebas, tendrán carácter formativo y de diagnóstico para ayudar a los alumnos e intentar así mejorar el sistema educativo español. Estas evaluaciones serán equiparables a las que se realizan a nivel internacional para evaluar las competencias.

En algunos de los artículos de esta ley, que se encuentran a continuación se hace referencia a estas evaluaciones sin efectos académicos, que será de carácter orientador e informativo tanto para los centros como para las familias, con las que se comprobará el grado de adquisición de las competencias básicas, al igual que el cumplimiento de los diferentes objetivos. Estas evaluaciones son lo más parecido a las evaluaciones de diagnóstico que aparecían en la Ley comentada anteriormente.

- *«Artículo 20. Evaluación durante la etapa.*  
*3. Los centros docentes realizarán una evaluación individualizada a todos los alumnos y alumnas al finalizar el tercer curso de Educación Primaria, según dispongan las Administraciones educativas, en la que se comprobará el grado de dominio de las destrezas, capacidades y habilidades en expresión y comprensión oral y escrita, cálculo y resolución de problemas en relación con el grado de*

*adquisición de la competencia en comunicación lingüística y de la competencia matemática. De resultar desfavorable esta evaluación, el equipo docente deberá adoptar las medidas ordinarias o extraordinarias más adecuadas.*

- *«Artículo 21. Evaluación final de Educación Primaria.*

*Al finalizar el sexto curso de Educación Primaria, se realizará una evaluación individualizada a todos los alumnos y alumnas, en la que se comprobará el grado de adquisición de la competencia en comunicación lingüística, de la competencia matemática y de las competencias básicas en ciencia y tecnología, así como el logro de los objetivos de la etapa.*

*El Gobierno, previa consulta a las Comunidades Autónomas, establecerá los criterios de evaluación y las características generales de las pruebas para todo el Sistema Educativo Español con el fin de asegurar unos criterios y características de evaluación comunes a todo el territorio.*

*El resultado de la evaluación se expresará en niveles. El nivel obtenido por cada alumno o alumna se hará constar en un informe, que será entregado a los padres, madres o tutores legales y que tendrá carácter informativo y orientador para los centros en los que los alumnos y alumnas hayan cursado sexto curso de Educación Primaria y para aquellos en los que cursen el siguiente curso escolar, así como para los equipos docentes, los padres, madres o tutores legales y los alumnos y alumnas. Las Administraciones educativas podrán establecer planes específicos de mejora en aquellos centros públicos cuyos resultados sean inferiores a los valores que, a tal objeto, hayan establecido. En relación con los centros concertados se estará a la normativa reguladora del concierto correspondiente.»*

- *«Artículo 144. Evaluaciones individualizadas.*

*Los criterios de evaluación correspondientes a las evaluaciones individualizadas indicadas en los artículos 20.3, 21, 29 y 36 bis de esta Ley Orgánica serán comunes para el conjunto del Estado. En concreto, las pruebas y los procedimientos de las evaluaciones indicadas en los artículos 29 y 36 bis se diseñarán por el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, a través del Instituto Nacional de Evaluación Educativa. Dichas pruebas serán estandarizadas y se diseñarán de modo que permitan establecer valoraciones precisas y*

*comparaciones equitativas, así como el seguimiento de la evolución a lo largo del tiempo de los resultados obtenidos.*

*La realización material de las pruebas corresponde a las Administraciones educativas competentes. Las pruebas serán aplicadas y calificadas por profesorado del Sistema Educativo Español externo al centro.*

*Reglamentariamente se regulará el procedimiento de revisión de los resultados de las evaluaciones.*

*Las Administraciones educativas podrán establecer otras evaluaciones con fines de diagnóstico.*

*Las autoridades educativas establecerán las medidas más adecuadas para que las condiciones de realización de las evaluaciones individualizadas se adapten a las necesidades del alumnado con necesidades educativas especiales.»*

En la Tabla 1 se realiza una comparativa de lo que dicen los diferentes artículos tanto de la LOE como de la LOMCE, escritos en el apartado anterior a cerca de la evaluación:

LOE	LOMCE
	<p><b><i>Artículo 20. Evaluación durante la etapa.</i></b></p> <p>Establece que, según dispongan las Administraciones educativas, los centros realizarán una evaluación a los alumnos al <b>finalizar el tercer curso</b> de Primaria, donde comprobarán el grado de adquisición tanto en la competencia en comunicación lingüística, como en la competencia matemática, para <b>en caso desfavorable adoptar las medidas necesarias.</b></p>

<p><i><b>Artículo 21. Evaluación de diagnóstico en Educación Primaria.</b></i></p> <p>Establece que <b>al finalizar el segundo ciclo</b> todos los centros realizarán una evaluación de diagnóstico en las diferentes competencias básicas de carácter formativo y <b>orientador</b> para los centros e <b>informativo</b> para las familias y para el resto de la comunidad.</p>	<p><i><b>Artículo 21. Evaluación final de Educación Primaria.</b></i></p> <p>Establece que los alumnos realizarán una evaluación <b>al finalizar sexto de Primaria</b>, la cual no tendrá efectos académicos, y se utilizará para comprobar el grado de adquisición de las competencias básicas y el cumplimiento de los objetivos de etapa.</p> <p>El Gobierno junto con las Comunidades Autónomas establecerá las características de las pruebas para que sean comunes a todos.</p> <p>El resultado será de <b>carácter orientador e informativo</b> tanto para los centros como para las familias.</p> <p><b>Las Administraciones educativas podrán establecer planes para los centros con resultados inferiores a los valores establecidos.</b></p>
<p><i><b>Artículo 29. Evaluación de diagnóstico en Educación Secundaria</b></i></p> <p>Al <b>finalizar el segundo curso de Secundaria</b> todos los centros realizarán a sus alumnos una evaluación de diagnóstico, la cual será competencia de las Administraciones educativas y tendrá <b>carácter formativo y orientador</b> para los centros e informativo para las familias y para el resto de la comunidad.</p>	<p><i><b>Artículo 29. Evaluación final en Educación Secundaria</b></i></p> <p>Al <b>finalizar cuarto curso</b> realizarán una evaluación por la opción de enseñanzas académicas o por la de enseñanzas aplicadas, con independencia de la opción cursada en cuarto. Se podrán presentar a esta evaluación los alumnos que hayan superado el curso con un máximo de dos materias suspendidas.</p>

<p><b>Artículo 144: Evaluaciones generales de Diagnóstico</b></p> <p>El instituto de evaluación y las Administraciones educativas, colaborarán para en la realización de las evaluaciones generales de diagnóstico para obtener datos representativos del alumnado y de los diferentes centros de las CCAA y <b>en ningún caso los resultados obtenidos se tendrán en cuenta para las calificaciones de los alumnos.</b> Se evaluarán las diferentes competencias básicas del currículo, tanto en primaria como en secundaria. (Artículos 21 y 29).</p> <p>Corresponde a las Administraciones educativas desarrollar y controlar estas evaluaciones que tienen carácter formativo e interno. Al igual que tiene que encargarse de que, tanto <b>los resultados obtenidos como los planes de actuación sean puestos en conocimiento de la comunidad educativa</b></p>	<p><b>Artículo 144. Evaluaciones individualizadas.</b></p> <p>Establece que los criterios de evaluación de las evaluaciones iniciales (Artículos 20, 21, 29 y 36) son comunes en todo el Estado.</p> <p><b>Las pruebas que se realicen al finalizar Secundaria y Bachillerato permitirán realizar valoraciones y comparaciones, y así poder realizar un seguimiento a lo largo del tiempo.</b></p> <p><b>La realización de las pruebas es tarea de las Administraciones educativas, que podrán establecer otras evaluaciones con fines de diagnóstico.</b></p>
--	--

Tabla 1: Resúmenes de los artículos sobre evaluación en LOE y LOMCE

### 2.2.2 Relevancia social y mediática de las pruebas de diagnóstico.

En este apartado, analizamos la repercusión o relevancia social y mediática que tienen estas pruebas de diagnóstico. Como observaremos, y durante la búsqueda desarrollada a este nivel, podemos destacar la gran repercusión que tiene el informe PISA sobre sus análogas en primaria en los medios de comunicación autonómicos, nacionales e internacionales.

Para comenzar, nos vamos a centrar en las noticias encontradas sobre el informe PISA:

<b>Medio:</b> Heraldo de Aragón	<b>Carácter:</b> Autonómico
<b>Fecha:</b> 3 de diciembre de 2013	
<b>Titulares:</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. “España sigue teniendo malos resultados en el Informe PISA”</li> <li>2. “Aragón supera la media de la OCDE en ciencias y matemáticas”</li> </ol>	
<b>Referencias:</b> Ver en HERALDO DE ARAGÓN. 3 de diciembre de 2013. I Ver en HERALDO DE ARAGÓN. 3 de diciembre de 2013. II	

En estos artículos, se comentan los últimos resultados del Informe PISA (2012), donde Aragón se sitúa por encima de la puntuación media en asignaturas como matemáticas y ciencias si lo comparamos a nivel nacional e internacional con los países que integran la OCDE, mientras que si nos centramos en la comprensión lectora, tercer eslabón que evalúa este informe, se observa que los estudiantes aragoneses están en la misma media que los países evaluados.

El hecho de que esta puntuación se encuentre por encima de la media, deja ver que en torno al 75% de los alumnos alcanzan los niveles básicos e intermedio, e incluso, un 7% más (82%), el nivel de excelente, en cuanto a Comprensión Lectora se refiere.

En cuanto a Matemáticas, se obtuvo un porcentaje del 67%, dejando atrás a la media española en un 2,47%. Con respecto a Ciencias, un 77% de los alumnos obtuvieron un nivel básico e intermedio, mientras que el 8% llegó al nivel de excelencia.

Las altas puntuaciones obtenidas en este informe y estas tres áreas de estudio, hacen de Aragón, pese que España se sitúe a la cola en el “Ranking” de países participantes de la OCDE, una comunidad comparable a otras como por ejemplo: Madrid, Cataluña o Navarra, y a nivel internacional con grandes potencias, tales como; EEUU, Alemania, Suecia o República Checa.

<b>Medio:</b> El País	<b>Carácter:</b> Nacional
<b>Fecha:</b> 5 de abril de 2014	
<b>Titular:</b> “El futuro examen digital de PISA amenaza la nota de España”	
<b>Referencias:</b> Ver en EL PAÍS, 5 de abril de 2014	

Según este periódico uno de los datos que se han hallado con respecto al Informe PISA, es la dualidad, los resultados tan dispares que se han obtenido una vez que se ha valorado la prueba sobre papel o soporte digital.

Esta fuente revela, tras ciertas investigaciones, que los alumnos obtienen una mejor puntuación cuando la prueba se realiza en papel que en el ordenador, sobre todo, en matemáticas y comprensión lectora, lo que demuestra que en realidad, no manejamos de forma correcta el ordenador. La OCDE apuesta por lo digital, la tecnología, ya que permite introducir más variedad en los exámenes, como por ejemplo: gráficos, hojas de cálculo, etc.

Este hecho, resulta bastante alertador para el futuro venidero, y más aún de cara al Informe PISA que se emitirá en 2015. En España, la mayoría de los exámenes se hacen sobre papel, también en Aragón ¿tendrá efectos negativos esta nueva forma de evaluación este para la educación Aragonesa?

<b>Medio:</b> El País	<b>Carácter:</b> Nacional
<b>Fecha:</b> 3 de diciembre de 2013	
<b>Titular:</b> “España repite curso”	
<b>Referencias:</b> Ver en EL PAÍS, 3 de diciembre de 2013	

Otro dato que aporta este periódico, es que los niveles alcanzados en el último Informe PISA revelan unas puntuaciones por debajo de la media en matemáticas y comprensión lectora, destacando positivamente en el área de ciencias.

En esta misma línea, es importante destacar la desigualdad de género, estimando que los niños adquieren mejor puntuación en matemáticas y ciencias, y las niñas en comprensión lectora. Del mismo modo, los resultados también varían en función del nivel socioeconómico en el que se encuentran los alumnos evaluados. No cabe duda de que las pruebas realizadas son equitativas para todos, pero se ha podido comprobar que la diferencia de clases influye, de forma que nuestro sistema hace mejorar a los desfavorecidos, mientras que los alumnos que se encuentran en un mayor rango de bienestar social, logran peores resultados, situación que dejar ver que claramente que este aspecto influye de manera inversa a cómo debería ser a priori.

<b>Medio:</b> El Mundo	<b>Carácter:</b> Nacional
<b>Fecha:</b> 3 febrero de 2014	
<b>Titular:</b> “El director del Informe PISA reclama a España más autonomía para los profesores”	
<b>Referencias:</b> Ver en EL MUNDO, 3 de febrero de 2014	

Este periódico “denuncia” la falta de autonomía que tienen los profesores a la hora de ejercer docencia, junto a la existencia de un compañerismo escaso, aspectos que tendríamos que mejorar para aumentar el rendimiento académico de nuestros alumnos.

Califican al modelo educativo español como “PRESCRIPTIVO”, ya que es el Ministerio quien establece los contenidos que se deben impartir, (lógico, para establecer una equidad común a todas las Comunidades Autónomas de nuestro país) no permitiendo que el profesorado progrese en su profesión, produciendo un estancamiento y disminución de la autonomía, y por consiguiente, un menor rendimiento académico.

Uno de los aspectos a mejorar sería por consiguiente para este medio es el aumento en la autonomía del docente.

Asimismo, se destaca la gran utilidad de la implantación de la LOMCE estableciendo que puede existir un sistema de dos vías:

- Posibilidad de continuar su formación académica a aquellos alumnos que vayan bien con sus estudios.
- Posibilidad de formación mínima, ámbito profesional y vida laboral a aquellos que no vayan tan bien con sus estudios.

<b>Medio:</b> El Mundo	<b>Carácter:</b> Nacional
<b>Fecha:</b> 3 de diciembre de 2013	
<b>Titular:</b> “España sigue “anclada” a la cola de la UE en educación”	
<b>Referencias:</b> Ver EL MUNDO, 3 de diciembre de 2013	



Un aspecto de los tratados en este medio de comunicación es que, pese a que poco a poco hemos ido avanzando en las áreas de matemáticas, ciencias y comprensión lectora, aún nos mantenemos en la cola, en las últimas posiciones de los países que integran las OCDE, y que por tanto, son evaluados dentro del Informe PISA.

Las grandes potencias son los países asiáticos junto con Suiza, Holanda y Finlandia. Nuestro país, pese a incrementar el gasto educativo en un 35% y haber realizado numerosos esfuerzos de reforma, avanza, pero permanece en aún en los últimos puestos. En la Tabla 2 queda reflejada la comparación realizada en el periódico en este artículo.

	Puntuación Anterior	Puntuación Actual	Media OCDE	Posición OCDE	Posición Informe
<b>Matemáticas</b>	<b>483</b>	<b>484</b>	<b>494</b>	<b>25/34</b>	<b>33/65</b>
<b>Ciencias</b>	<b>488</b>	<b>496</b>	<b>501</b>	<b>21/34</b>	<b>29/65</b>
<b>Comprensión Lectora</b>	<b>481</b>	<b>488</b>	<b>498</b>	<b>23/34</b>	<b>32/65</b>

Tabla 2: Resultados comparados de España en diferentes competencias

<b>Medio:</b> Huffington Post	<b>Carácter:</b> Internacional
<b>Fecha:</b> 29 de enero de 2014	
<b>Título:</b> “ Informe PISA: resultados sorprendentes según la riqueza”	
<b>Referencias:</b> Ver en HUFFINGTON POST, 29 de enero de 2014	

Este periódico vuelve a retomar el tema de la diferencia de clases socioeconómicas. Propone firmemente que los estudiantes procedentes de familias apoderadas, o de un nivel socioeconómico superior, no necesariamente tienen mejores resultados, dejando ver, al menos en España, que no es tanta la diferencia de puntuación en las áreas evaluadas.

También recalca que la situación del nivel de la educación española, o más bien, el nivel de los alumnos, se asemeja mucho al de EEUU (evaluación del área de matemáticas), introduciendo la comparativa de forma gráfica como se observa en la Tabla 3.

	Puntuación nivel socioeconómico bajo	Puntuación nivel socioeconómico alto
<b>EEUU</b>	<430	550
<b>España</b>	<430	<550

Tabla 3: Comparación de EEUU y España

Como hemos podido observar, el informe PISA es muy comentado en los medios de comunicación. En cuanto a la repercusión de las pruebas TIMSS, cabe destacar que son muchas menos las referencias encontradas, sin embargo, sus resultados también han sido comentados por algunos medios, que paso a comentar:

<b>Medio:</b> Heraldo de Aragón	<b>Carácter:</b> Autonómico
<b>Fecha:</b> 11 de diciembre de 2012	
<b>Titular:</b> “Los alumnos españoles de 4º de Primaria, por debajo de la media de la OCDE”	
<b>Referencias:</b> Ver en HERALDO DE ARAGÓN, 11 de diciembre de 2012)	

*“En Matemáticas, España ha obtenido 482 puntos y, por tanto, se sitúa por debajo del promedio de los 63 países de 500 puntos, e inferior también de la media de la OCDE (522) y de la UE (519). Los resultados más elevados los han logrado Hong Kong-China (602), Irlanda del Norte (562) o la comunidad flamenca de Bélgica (549). La proporción de alumnos rezagados en España en matemáticas es del 13% frente al 7% de la OCDE. La proporción de alumnos excelentes en nuestro país es del 1% por el 5% de la OCDE. “*

Este medio de comunicación trata sobre la disparidad de nivel que tienen los alumnos españoles de 4º curso de Educación Primaria, en matemáticas y ciencias, situándose así por debajo de la media con respecto a los países que integran la OCDE, según datos de la IEA (Association for the Evolution of Educational Achievement).

En el área de Matemáticas, la puntuación media oscila en unos 500 puntos, siendo la marca obtenida por España de 482. Las grandes potencias emergentes de esta área, y que por tanto se encuentran en el más alto nivel de matemáticas que integra la OCDE, son: Hong Kong-China (602), Irlanda del Norte (562) o la comunidad flamenca de Bélgica (549). Dejando ver que aún tenemos terreno en el que avanzar y aspectos que mejorar.

Por otro lado, en Ciencias, sobre los 523 puntos de media a nivel OCDE, España obtiene una puntuación de 505, resultado que a priori no parece ser tan alertador. En este caso, las grandes potencias son: Finlandia (570), Rusia (552), EEUU (544) e Inglaterra (529).

<b>Medio:</b> El País	<b>Carácter:</b> Nacional
<b>Fecha:</b> 11 de diciembre de 2012	
<b>Titular:</b> “La escuela se atasca en Primaria”	
<b>Referencias</b> Ver en EL PAÍS, 11 de diciembre de 2012	

Este periódico se centra en los resultados obtenidos por los alumnos de 4º curso de Educación Primaria en ciencias y matemáticas; áreas que se evalúan en la prueba TIMSS. Estos resultados se muestran muy por debajo de la media con respecto a los países integrantes de la OCDE y la UE, sobre todo en la asignatura de matemáticas.

Destaca, afirma y defiende que el sistema educativo español es equitativo, y huye de esas diferencias tan marcadas como son el nivel socioeconómico y cultural de las familias a las que los pertenecen o proceden.

Otro aspecto importante que enuncia es la falta de conocimiento de alumnos y profesores de ciertas asignaturas, así como la falta de gusto en impartirlas de los docentes. También hace referencia, al tema que trataremos en el punto 2.3 sobre los niveles académicos y culturales de los padres, donde recalca que los hijos de padres con estudios básicos, obtienen mejores puntuaciones que los hijos nacidos de padres con estudios superiores. Por este motivo, es bueno, y a la vez sirve de motivación, que las familias lleguen a percibir los beneficios de estudiar, de sacar buenas notas, obtener una carrera universitaria, etc.

A modo de conclusión, y como se puede observar en los artículos comentados a lo largo de este apartado, la influencia mediática y social de la Prueba TIMSS no es muy grande, comparada con la que tiene el Informe PISA.

En PISA se ve claramente que la posición de España con respecto a los países que integran la OCDE, es bastante baja, reflejándose en puntuaciones por debajo de la media, lo que nos lleva a la necesidad de mejorar en el área de matemáticas, al igual que otras áreas que son evaluadas.

En cuanto a la prueba TIMSS, también se evidencia claramente el problema de los alumnos españoles en el área de matemáticas, en comparación con grandes potencias Europeas.

## 2.3 Pruebas de diagnóstico de matemáticas en primaria. Pruebas TIMSS

En este apartado, comentaremos diferentes pruebas de diagnóstico de matemáticas en primaria, haciendo un breve repaso a ciertas evaluaciones tales como: Las nacionales o muestrales y las autonómicas o censales (Ver en GOBIERNO DE CANARIAS, 2014). Focalizaremos nuestra atención en el análisis de las pruebas internacionales, concretamente en las pruebas TIMSS.

### 2.3.1. Autonómicas y nacionales

Las evaluaciones de diagnóstico **autonómicas**, de carácter censal, son aquellas pruebas que se realizan en cada una de las comunidades autónomas de España. Pretenden evaluar el grado de dominio de competencias básicas del alumnado, para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

En la Imagen 1 se pueden observar diferentes pruebas en las que se evalúan las matemáticas, y que son aplicadas en diferentes cursos.

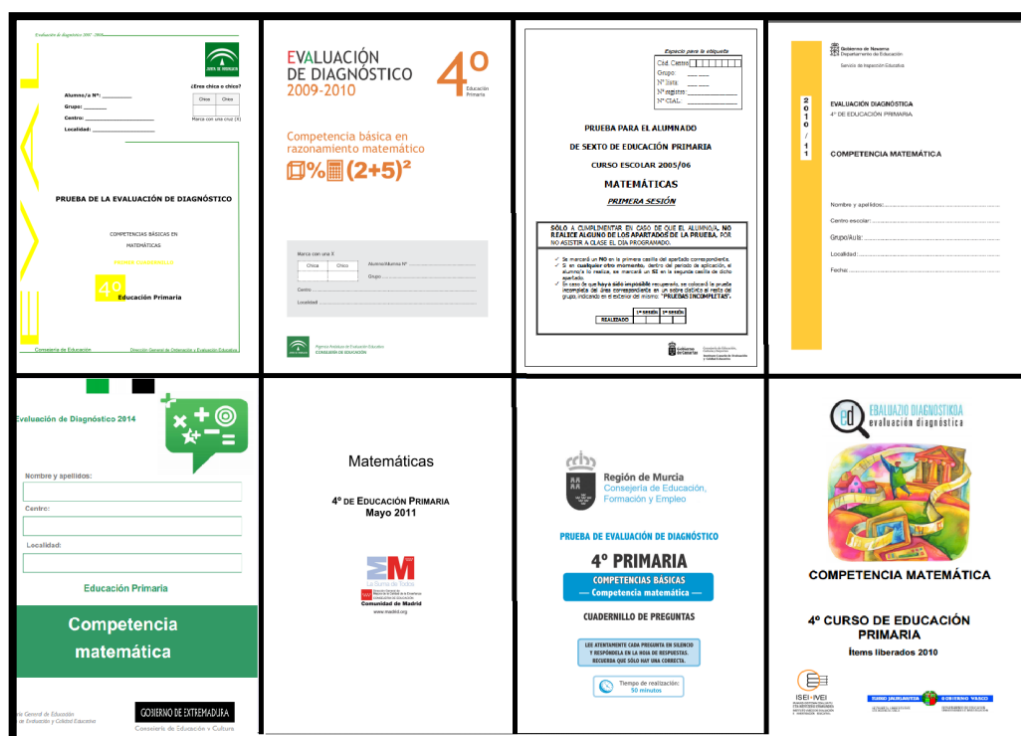


Imagen 1: Portadas de las pruebas censales de diferentes CC.AA.

En Aragón durante el curso 2013-2014 se realizará un adelanto de las pruebas individualizadas que marca la nueva ley educativa que se realizarán en 3º de Educación primaria por primera vez. A diferencia de las anteriores pruebas de diagnóstico en las que el tiempo para realizar la prueba era de una hora, para la realización de éstas los alumnos cuentan con ochenta minutos y un descanso cuando se haya consumido la mitad del tiempo. La prueba de competencia en matemáticas cuenta con veinticinco ítems (Ver en EDUCARAGÓN, 2013/2014).

Las evaluaciones generales de diagnóstico a nivel nacional son, como ya hemos comentado anteriormente, de carácter muestral. Para realizar estas pruebas colaboran las Administraciones educativas correspondientes para obtener datos representativos de todo el territorio. Al igual que las censales, pretenden evaluar el dominio de las competencias básicas del alumnado. Estas pruebas permiten saber cómo se encuentra el alumnado de una comunidad con respecto al resto al conjunto del estado y en relación con las demás comunidades autónomas.

### **2.3.2. Pruebas internacionales. TIMSS**

Las pruebas internacionales TIMSS (Third International Mathematics and Science Studies), se caracterizan por tener un programa que permite evaluar el rendimiento académico de 4º de Educación Primaria (sobre los que nos centraremos más en profundidad) y 2º de la ESO, en matemáticas y ciencias. Surgió en 1995, de la mano de la IEA (Asociación Internacional para la Evaluación del Rendimiento Educativo), y actualmente se celebra o tiene lugar cada 4 años, siendo la próxima prueba a realizar en 2015. (Ver TIMSS, 2011)

En este apartado, se analizan datos, contexto socio-cultural y demás aspectos importantes que engloban a la prueba TIMSS realizada en 2011, centrándonos en la parte de las matemáticas. (Ver PIRLS-TIMSS, 2011)

Los países integrantes de esta prueba, un total de 50, están repartidos por todo el mundo. Incluye a países de Europa, Asia, América y África. De esta forma se elabora un ranking bastante fiable y se conoce el lugar que ocupa cada país en él. Esta herramienta permite a las autoridades educativas determinar si es necesario mejorar de forma inmediata

la calidad de la enseñanza en estas dos áreas por comparación con el resto de países que son evaluados.

Como se ha citado anteriormente los alumnos que participan y que, por tanto, son seleccionados para la evaluación de sus rendimientos, son los de 4º curso de Educación Primaria. Actualmente, no se utilizan criterios de inclusión o exclusión bastante claros, siendo pues, una prueba abierta, sin discriminaciones ni aislamientos.

Si nos centramos en el marco teórico general de la prueba, debemos tener en cuenta que esta prueba tiene el currículo como base para evaluar las oportunidades de los estudiantes. Para ello tenemos que diferenciar entre tres currículos:

- El currículo pretendido, en el que se engloba aquello que se pretende alcanzar, es decir, lo indicado en los planes de estudio y la organización del sistema educativo.
- El currículo implementado, en el que está lo que se enseña en el aula y cómo se enseña.
- El currículo realizado, que es lo que finalmente aprenden los estudiantes.

Teniendo en cuenta todo esto, se analiza ahora la estructura de TIMSS.

La estructuración de la prueba para ambas materias es bastante similar. Los criterios/dominios para evaluar TIMMS tienen el mismo fundamento teórico y, por tanto, la misma composición. De manera que podemos distinguir (Ver Imagen 2):

- Los dominios de contenido: hacen referencia al conocimiento de hechos y conceptos. Además, se subdividen en: áreas temáticas y capacidades evaluables; para poder llegar así a la formulación de preguntas e ítems de los que consta TIMSS.
- Los dominios cognitivos: hacen referencia o evalúan las destrezas o procedimientos que los alumnos han de saber realizar en relación a los contenidos conceptuales. Además, agrupan las destrezas en tres categorías que son comunes para matemáticas y ciencias: “conocer”, “aplicar” y “razonar”. Estas destrezas, ayudarán también posteriormente, a la elaboración de preguntas e ítems que se verán reflejados en TIMMS.

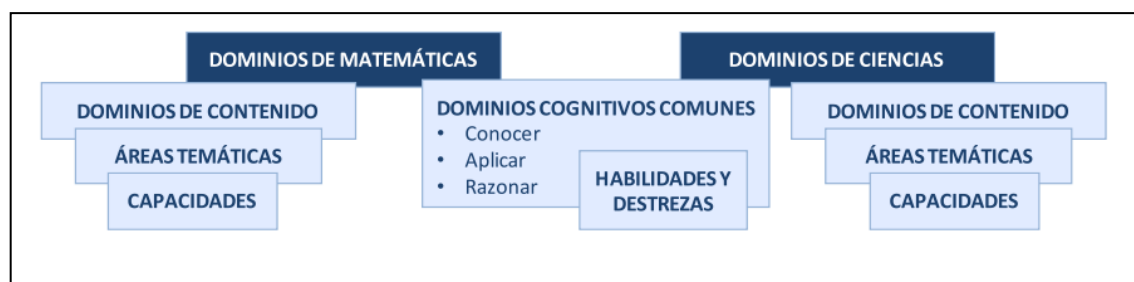


Imagen 2: Dominios de contenido y cognitivos en TIMSS 2012

Más concretamente, los dominios de contenidos para cuarto de primaria descritos en el marco teórico de las matemáticas para TIMSS 2011, junto con los porcentajes de las veces que éstos han aparecido en exámenes, se pueden observar en la Tabla 4.

Dominios de contenido de 4º curso de E. Primaria	Porcentajes
Números	50%
Formas y mediciones geométricas	35%
Representación de datos	15%

Tabla 4: Porcentajes de los Dominios de contenidos en 4º EP

El dominio que tiene un mayor porcentaje es el de “números”, ya que un 50% de ítems está dedicado a este dominio en que incluye:

- Comprender el valor posicional de las cifras.
- Maneras de representar números.
- Relaciones entre números.

Además, consta de un proceso de comprensión y capacidades relacionadas con cuatro áreas:

- Números naturales, que proporcionan la introducción a la realización de operaciones sencillas; habilidad o destreza que debe desarrollar un estudiante de 4º de EP con bastante solvencia.
- Fracciones y decimales.
- Expresiones numéricas con números naturales.

- Modelos y relaciones.

El siguiente dominio es el de “formas y mediciones geométricas”, al cual pertenecen el 35% de los ítems. Es en este dominio en el que se incluyen propiedades de las figuras geométricas como:

- Longitud de lados.
- Dimensión de ángulos, áreas, volúmenes...etc.
- Comprensión de sistemas de coordenadas informales.
- Utilización de destrezas de visualización espacial para poder relacionar objetos en 2 ó 3 dimensiones con la misma forma.

Las dos áreas temáticas sobre las que inciden son:

- Puntos, líneas y ángulos.
- Formas en dos y tres dimensiones.

Por último, el dominio al que pertenece el 10% restante de los ítems es el dominio de “representación de datos” en el que se incluyen:

- Comprensión en la recopilación de datos.
- Organización los datos recopilados.
- Representación e Interpretación de datos mediante gráficos y tablas.

Una vez concretados los contenidos, vamos a pasar, como hemos citado anteriormente, a los dominios cognitivos que se evalúan en matemáticas, que aparecen en la Tabla 5 junto al porcentaje de veces que aparecen.

Dominios cognitivos	Porcentajes	
	4º curso de E. Primaria	2º curso de ESO
Conocimiento	40%	35%
Aplicación	40%	40%
Razonamiento	20%	25%

Tabla 5: Porcentajes de los dominios cognitivos de TIMSS



El primer dominio cognitivo es el de conocimiento, al que pertenecen el 40% de los ítems de la prueba. Engloba los siguientes aspectos:

- Hechos: conocimientos que constituyen el lenguaje básico matemático.
- Procedimientos: forman un nexo entre el conocimiento más básico y el uso de las matemáticas para resolver problemas habituales, especialmente, con aquellos que nos encontramos en la vida cotidiana. Implica el hecho de recordar acciones y cómo llevarlas a cabo. Podemos observar que el procedimiento se fundamenta o se compone de varias fases en la Tabla 6.

1	Recordar	Recordar definiciones; vocabulario; unidades; hechos numéricos; propiedades de los números; propiedades de las figuras planas; convenciones matemáticas (p.ej., notación algebraica como: $a \times b = ab$ , $a + a + a = 3a$ ).
2	Reconocer / Identificar	Reconocer objetos matemáticos, por ejemplo formas, números, expresiones y cantidades; reconocer o identificar entidades matemáticas que sean equivalentes (p. ej., fracciones equivalentes conocidas, decimales y porcentajes; figuras geométricas simples orientadas de modo diferente).
3	Calcular	Conocer procedimientos algorítmicos para $+$ , $-$ , $\times$ , $:$ o una combinación de estas operaciones con números naturales, fracciones, decimales y enteros; números aproximados para estimar cálculos; llevar a cabo procedimientos algebraicos de rutina.
4	Recuperar	Recuperar información de gráficos, tablas y otras fuentes; leer escalas simples.
5	Medir	Usar instrumentos de medición; elegir unidades apropiadas de medida.
6	Clasificar / ordenar	Clasificar o agrupar objetos, figuras, números, expresiones e ideas según propiedades comunes; tomar decisiones correctas con relación a la pertenencia a una clase; ordenar números y objetos según sus atributos.

Tabla 6: Fases en las que se fundamenta el Conocimiento

- Conceptos: permiten a los alumnos hacer conexiones entre elementos, que serían, en condiciones normales, retenidos como hechos aislados. Les ayuda a entender y crear representaciones matemáticas.

El segundo dominio es el de “Aplicación”, al cual pertenece otro 40% de los ítems. Para este dominio, la representación de ideas crea el núcleo del pensamiento matemático y de la comunicación. Así como, también resulta fundamental para el dominio de Aplicación, la resolución de problemas mediante métodos o técnicas particulares. Este hecho no sólo se incluye en este apartado, formando parte la resolución de problemas, del dominio de Razonamiento. El dominio de aplicación comprende de diferentes fases que se observan en la Tabla 7.

<b>1</b>	<b>Seleccionar</b>	Seleccionar o usar un método o estrategia eficiente para resolver problemas en los que haya un algoritmo o método de solución conocido.
<b>2</b>	<b>Representar</b>	Representar información y datos matemáticos en diagramas, tablas, cuadros o gráficos y generar representaciones equivalentes para una entidad o relación matemática dada.
<b>3</b>	<b>Modelo</b>	Generar un modelo apropiado, como una ecuación, figura geométrica o diagrama para resolver un problema de rutina.
<b>4</b>	<b>Poner en práctica</b>	Poner en práctica un conjunto de instrucciones matemáticas (p. ej., dibujar formas y diagramas según unas determinadas especificaciones).
<b>5</b>	<b>Resolver problemas de rutina</b>	Resolver problemas estándar similares a los que se encuentran en clase; pueden pertenecer a contextos conocidos o ser puramente matemáticos.

Tabla 7: Fases del dominio de Aplicación

El tercer dominio cognitivo es del “Razonamiento”, que abarca situaciones no conocidas, contextos complejos y problemas con múltiples etapas. Y al que pertenecen el veinte por ciento restante de los ítems. Este dominio lleva implícito la capacidad de pensamiento lógico y sistemático. Incluye el razonamiento intuitivo basado en patrones y regularidades que se utilizarán para llegar a soluciones de problemas no habituales.

Estos problemas pueden ser matemáticos o pueden permanecer a la vida real, por lo que deja ver la necesidad que tienen los alumnos de desarrollar una serie de destrezas que les ayudarán a solventar dichos problemas e incluso, adaptarse a nuevas situaciones. Los componentes que forman este dominio aparecen en la Tabla 8.

<b>1</b>	<b>Analizar</b>	Determinar y describir o usar relaciones entre variables u objetos en situaciones matemáticas y hacer inferencias válidas a partir de información dada.
<b>2</b>	<b>Generalizar / Especializar</b>	Extender el dominio al que son aplicables el resultado del pensamiento matemático y la resolución de problemas mediante la reexposición de resultados en términos más generales y más aplicables.
<b>3</b>	<b>Integrar / Sintetizar</b>	Realizar conexiones entre diferentes elementos de conocimiento y representaciones relacionadas con ellos, y efectuar conexiones entre ideas matemáticas relacionadas entre sí; combinar procedimientos matemáticos (disparos) para establecer resultados; combinar resultados para llegar a un resultado ulterior.
<b>4</b>	<b>Justificar</b>	Proporcionar pruebas de la validez de una acción o de la verdad de un enunciado mediante referencia a propiedades o resultados matemáticos.
<b>5</b>	<b>Resolver problemas no rutinarios</b>	Resolver problemas enmarcados en contextos matemáticos o de la vida real de los que es muy poco probable que los estudiantes hayan encontrado ítems similares; aplicar procedimientos matemáticos en contextos poco conocidos o complejos.

Tabla 8: Componentes que forman el dominio de Razonamiento.

Estos tres dominios se utilizan para la evaluación de los cursos sobre los que se realiza la prueba TIMSS, 4º de primaria y 2º de ESO, variando el tiempo de la prueba, la edad, y la experiencia de unos alumnos sobre otros.

Queda demostrado que la adquisición de una buena competencia matemática es muy importante, sobre todo en estas edades, y es que cuanto mayor sea el conocimiento de una persona, mayor será su potencial para enfrentarse a un amplio rango de situaciones planteadas como problemas.

Un aspecto importante a tratar una vez analizada la prueba, son las variables socio-culturales.

Si observamos la ideas o publicaciones recogidas en los medios de comunicación citadas anteriormente, el rendimiento alcanzado por el alumnado en esta prueba TIMSS 2011, tiene relación con el estatus social, económico y cultural de sus familias.

La metodología empleada en esta prueba, para lograr ver cuál es la influencia de estos aspectos que valoramos, reúne las siguientes variables:

- El nivel de estudio de la madre y el padre, tomándose como valor el que se considera de más alto nivel.
- La profesión de los padres.
- Los recursos domésticos con los que el alumno y su familia cuentan (ordenador, escritorio, habitación propia, conexión a internet, etc.)
- Número de libros que el alumno tiene en su casa.

Si analizamos de manera individual estas variables, observamos que, con respecto a la variable “máximo nivel de estudios alcanzados por los padres”, se ha podido observar que en alumnos cuyos padres tienen estudios básicos, y en aquellos que tienen estudios universitarios superiores, la diferencia es bastante notable (80 puntos aproximadamente en TIMSS). Si lo comparamos a nivel internacional, la diferencia sería aún más significativa.

Por otro lado, con respecto al “máximo nivel educativo de los padres”, parece ser que los alumnos españoles cuyos padres tienen un nivel educativo superior, desarrollan un rendimiento inferior al de los alumnos extranjeros que son evaluados en esta prueba. Por el contrario, los alumnos españoles con padres con escaso nivel educativo, logran obtener un

rendimiento superior. Por tanto, TIMSS confirma que España es uno de los países donde menos influye el nivel socioeconómico en el rendimiento de los alumnos.

En cuanto a la variable “ocupación de los padres”, también existe una fuerte relación con el rendimiento. De hecho, se estima que existe una diferencia de más de 60 puntos en la prueba TIMSS entre los alumnos con padres con especialización media o alta y la de aquellos cuyos padres no han trabajado nunca.

Con respecto a la variable “recursos domésticos”, se puede destacar que actúa como un indicador de la capacidad económica de las familias. Esta variable guarda relación con el rendimiento académico, ya que se estima que aquellos alumnos que poseen más cantidad de recursos, (entendiéndose éstos como facilidades para poder estudiar) obtienen mejores resultados. No obstante, se ha podido observar una ligera controversia, ya que además de esta relación, existe otra que no resulta beneficiosa para la valoración del rendimiento; y es que después de un tiempo, se ha podido comprobar que el aumento del rendimiento, no es directamente proporcional al incremento de artículos, sino que al aumentar éstos, su influencia en el rendimiento es cada vez peor; destacando pues, que no se trata de la cantidad, sino del aprovechamiento/uso que se le den a los recursos (habilidad, destrezas que citaba anteriormente en el dominio cognitivo de aplicación)

Por último, la variable “Número de libros que el alumno tiene en su casa”, se entiende como una aproximación al nivel cultural de la familia.

En la evaluación de los resultados obtenidos en la prueba TIMSS 2011 intervienen países participantes de la Unión Europea (UE) y de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), además de aquellos que por proximidad, cercanía sociocultural, se asemejan a España.

En la prueba se valoran y evalúan tres apartados independientes, a saber: Comprensión lectora, Ciencias y Matemáticas. Este trabajo trata sobre todo de la influencia de las Matemáticas, pues es aquí donde haré especial hincapié. Dentro de su evaluación podemos distinguir, el promedio global, los niveles de rendimiento y los dominios de contenido

El promedio de todos los países participantes en TIMSS-matemáticas 2011 es de 491 puntos. España ha alcanzado un total de 482, lo que le deja en las últimas posiciones del

“ránking”, sólo por encima de Rumania y Polonia. Además, existe una diferencia abismal la puntuación que le separa de los países “potentes” como China (+120 puntos).

Esta puntuación que obtiene España, reafirma la necesidad de revisar la atención dedicada a las matemáticas en el sistema educativo español. Dado que es una materia instrumental, es fundamental que los alumnos tengan una buena formación inicial como base para futuros aprendizajes.

Recordamos que los dominios evaluados eran: “Números”, “formas y mediciones geométricas” y la “representación e interpretación de datos”. Después de observar que la puntuación en estos dominios son 482, 487, 479 sobre 500 respectivamente, queda reflejado que no se dedica tiempo o trabajan los dominios de manera idéntica en las clases.

De hecho, los países que obtienen peores resultados globales, consiguen resultados inferiores en “formas y mediciones geométricas”, obteniendo mejor puntuación en “números”, ya que éstos son necesarios para progresar en otros conocimientos matemáticos.

## **2.4 Estructuras multiplicativas**

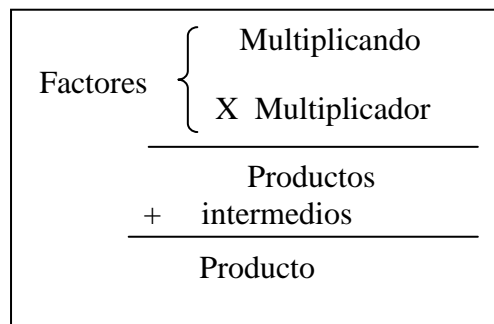
La multiplicación y la división entera, son operaciones que surgen como medio de abreviar procesos en los que hay que sumar o restar reiteradamente una cantidad. En este apartado vamos a analizar los dos tipos de situaciones que nos podemos encontrar centrándonos en el nivel de 4º de Primaria. Por un lado las situaciones multiplicativo-formales en las que el alumno debe realizar una operación descontextualizada. Y las situaciones multiplicativo-concretas en las que las operaciones vienen justificadas por un contexto concreto.

### **2.4.1 Situaciones multiplicativo-formales**

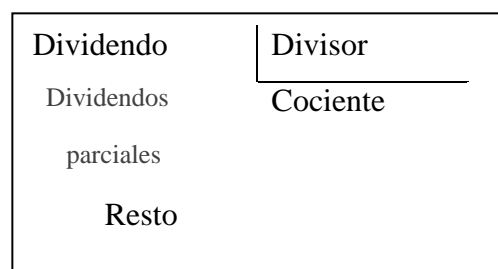
En las situaciones formales, los niños tienen que resolver operaciones en las que los números que intervienen no tienen un significado concreto. En este caso las operaciones a las que se enfrentan son:

- Multiplicación: Dependiendo del tamaño del multiplicando y el multiplicador y de la etapa cognitiva en la que se encuentren los alumnos, las técnicas que pueden utilizarse para realizar la operación pueden variar entre:

- Sumas reiteradas, consiste en sumar el multiplicando tantas veces como indique el multiplicador.  $7 \times 5 = 35$  es igual que  $7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 35$
- Tablas de multiplicar, se aprenden de memoria y ambos factores son un número entre 0 y 9: Por ejemplo,  $7 \times 4 = 28$ ,  $5 \times 9 = 45$ , ...
- Técnicas de cálculo orales, como por ejemplo, la conmutación de términos, la omisión de los ceros finales para simplificar la operación, la descomposición de uno de los números en sumandos o sustraendos para aplicar posteriormente la propiedad distributiva, descomponer en factores uno o ambos términos de la operación,...
- Técnicas de cálculo escrito, algoritmo de la multiplicación.



-División entera:



Para realizar esta operación además del correspondiente algoritmo también existen diferentes técnicas, como por ejemplo:

- Restas reiteradas, consiste en restar al dividendo el divisor, todas las veces que sea posible, este número de veces será el cociente, y si sobra algo será el resto.  $25 : 5 = 5$  es igual que  $25 - 5 = 20$ ,  $20 - 5 = 15$ ,  $15 - 5 = 10$ ,  $10 - 5 = 5$ ,  $5 - 5 = 0$ , por lo que sale 5 y no sobra nada.

- Técnicas de cálculo orales como la omisión de ceros finales, descomposición del dividendo, factorización...

Es importante fijarse también en la dirección de la operación que podemos encontrar tanto en multiplicaciones como divisiones y cuya resolución supone una comprensión más profunda de las operaciones mencionadas y suponen un paso previo para la introducción de elementos algebraicos:

-Directas son; en el caso de las multiplicaciones, aquellas en las que conocemos los factores, tanto multiplicando como multiplicador, y lo que se pide calcular es el producto entre ambos. Y en el caso de las divisiones, aquellas en las que conocemos el dividendo y el divisor, y por lo tanto la incógnita se sitúa en el cociente.

**MULTIPLICANDO X MULTIPLICADOR = PRODUCTO**

$$\begin{array}{r}
 278934 \times 52 = \underline{\hspace{2cm}} \\
 \begin{array}{r}
 278934 \\
 \times 52 \\
 \hline
 557868 \\
 + 1394670 \\
 \hline
 14504568
 \end{array}
 \end{array}$$

**DIVIDENDO: DIVISOR = COCIENTE**

$$\begin{array}{r}
 44032 : 16 = \underline{\hspace{2cm}} \\
 \begin{array}{r}
 44032 \\
 \overline{)16} \\
 120 \\
 083 \\
 032 \\
 00
 \end{array}
 \end{array}$$

-Inversas son, en el caso de las multiplicaciones aquellas en las que conocemos el producto y uno de los factores, multiplicando o multiplicador. Y en el caso de las divisiones (en las que el resto es cero), conocemos el cociente y el dividendo o el divisor. Por lo que en ambos casos se pretende calcular el término que falta.

**MULTIPLICANDO X MULTIPLICADOR = PRODUCTO**

$$\begin{array}{r}
 94 \times \underline{\hspace{1cm}} = 1316 \\
 \begin{array}{r}
 1316 \\
 \overline{)94} \\
 0376 \\
 000
 \end{array} \\
 94 \times \underline{14} = 1316
 \end{array}$$

**DIVIDENDO: DIVISOR = COCIENTE**

$$\begin{array}{r}
 1512 : \underline{\hspace{1cm}} = 108 \\
 \begin{array}{r}
 1512 \\
 \overline{)108} \\
 0432 \\
 000
 \end{array} \\
 1512 : \underline{14} = 108
 \end{array}$$

MULTIPLICANDO X MULTIPLICADOR = PRODUCTO

$$\begin{array}{r}
 \underline{\quad} \times 14 = 1316 \\
 1316 \quad | \quad 14 \\
 0056 \quad 94 \\
 000 \\
 \hline
 \underline{94} \times 14 = 1316
 \end{array}$$

DIVIDENDO: DIVISOR = COCIENTE

$$\begin{array}{r}
 \underline{\quad} : 14 = 108 \\
 108 \\
 \times 14 \\
 \hline
 432 \\
 + 108 \\
 \hline
 1512 \\
 \hline
 \underline{1512} : 14 = 108
 \end{array}$$

Las situaciones multiplicativo-formales, plantean en muchas ocasiones dificultades a los alumnos. Estos errores que aparecen a continuación son algunos de los más comunes tanto en las multiplicaciones, como en las divisiones.

## Multiplicación:

- Errores en la memorización de las tablas de multiplicar que se manifiestan como errores de cálculo.

$$\begin{array}{r}
 23 \\
 \times 3 \\
 \hline
 66
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{l}
 \text{Al realizar } 3 \times 3, \text{ en vez de } 9, \text{ el alumno} \\
 \text{ha escrito } 6, \text{ por lo que el resultado no es} \\
 \text{el correcto}
 \end{array}$$

- Problemas con la llevada, puesto que se olvidan de ella o la suman cuando no tienen que hacerlo.

$$\begin{array}{r}
 4^1 5 \\
 \times 3 \\
 \hline
 155
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{l}
 \text{El alumno a colocado en mal lugar el } 1 \text{ que se llevaba de} \\
 \text{multiplicar } 5 \times 3 \text{ y por eso lo ha sumado a la cifra del} \\
 \text{multiplicando haciendo que la operación esté mal.}
 \end{array}$$

- Errores en el algoritmo, lo que deriva por ejemplo en multiplicar unidades con unidades, decenas con decenas...

$$\begin{array}{r}
 21 \\
 \times 34 \\
 \hline
 64
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{l}
 \text{En vez de multiplicar cada cifra del multiplicador por el} \\
 \text{multiplicando y realizar el algoritmo de forma correcta ha} \\
 \text{multiplicado unidades por unidades y decenas por decenas.}
 \end{array}$$



- Colocación incorrecta de las cifras, en los productos intermedios.

$$\begin{array}{r} 54 \\ \times 12 \\ \hline 108 \\ + 54 \\ \hline 162 \end{array}$$



El segundo producto intermedio está mal colocado ya que no ha respetado el espacio al colocarlo.

- Dificultades con la gestión de los ceros, tanto los intermedios como los finales.

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 50 \\ \hline 135 \end{array}$$



En este caso el alumno ha guardado el cero para añadirlo después pero se ha olvidado al acabar la operación.

### División:

- Problemas de cálculo derivados por errores en la memorización de las tablas.

$$\begin{array}{r} 235 \overline{) 5} \\ 35 \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \end{array}$$



En esta operación el alumno ha confundido 5x5 ya que no es 20, sino y 25, y por lo tanto no cabe a 5 sino a 4.

- Errores al realizar estimaciones y tomar las decisiones que el algoritmo de la división requiere.

$$\begin{array}{r} 41 \overline{) 4} \\ 05 \phantom{0} \end{array}$$



En este caso el alumno en vez de marcar el 4 que cabía a uno, ha comenzado repartiendo los 41, y no se ha dado cuenta de que el resto no puede ser mayor que el divisor.

- Problemas al bajar las cifras del dividendo, por olvidarse de alguna.

$$\begin{array}{r} 2159 \overline{) 3} \\ 009 \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \end{array}$$



El alumno no ha bajado el 5 del dividendo por lo que ha dividido 219 entre 3

- Olvidarse de añadir un cero en el cociente cuando “no cabe” el producto parcial entre el dividendo antes de bajar la siguiente cifra.

$$\begin{array}{r} 4124 \overline{) 4} \\ 012 \phantom{0} \\ 04 \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \end{array}$$



El resultado correcto sería 1031, ya que cuando no cabía a 1 había que añadir un cero al cociente antes de bajar el 2.

- Gestión de las llevadas, por olvido o por sumarla cuando no hay que hacerlo.

$\begin{array}{r} 456 \\ 136 \\ 18 \end{array}$	$\Rightarrow$	El alumno no ha apuntado la que se llevaba y por eso le sale de resto 18, en vez de 8.
---	---------------	--

- Gestión de los ceros finales, al no simplificar correctamente

$\begin{array}{r} 240000 \\ 0 \end{array}$	$\Rightarrow$	Al simplificar el alumno ha tachado un cero de más en el dividendo y por lo tanto, el resultado no es el correcto.
--	---------------	--

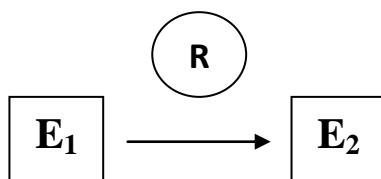
### 2.4.2 Situaciones multiplicativo-concretas

En las situaciones multiplicativo-concretas, nos encontramos con un enunciado en el que se les otorga un significado a las cantidades que intervienen. Los números que intervienen en dichas situaciones pueden ser interpretados de tres formas diferentes, como:

- Estado (E), cuando expresa una cantidad de magnitud, el cardinal de un conjunto...
- Razón (R), cuando expresa la relación entre dos estados, es decir, el cociente entre dos cantidades de magnitud diferentes.
- Comparación (C), cuando indica el número de veces que una cantidad de magnitud está contenida en otra de la misma magnitud.

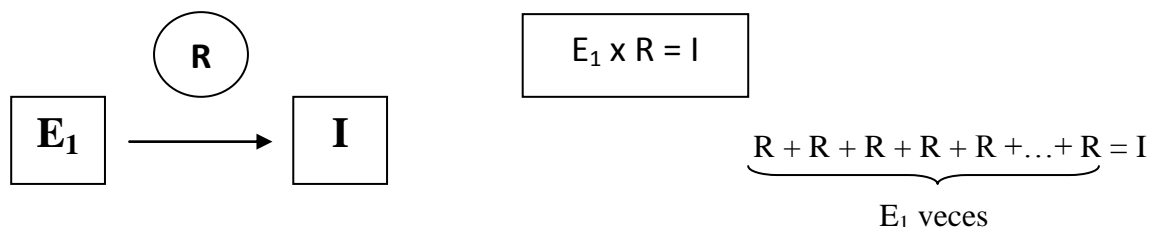
Basándonos en estos significados de los números que intervienen, podemos hacer una clasificación semántica de los tipos de situaciones multiplicativo concretas que hay. Sin embargo en este trabajo nos vamos a centrar en las situaciones estado-razón-estado.

En este tipo de situaciones intervienen dos estados,  $E_1$  y  $E_2$ , que hacen referencia a dos cantidades de magnitud diferentes y una razón R, que expresa el cociente de  $E_2$  respecto a  $E_1$ . El esquema que sigue este tipo de problemas es el siguiente:

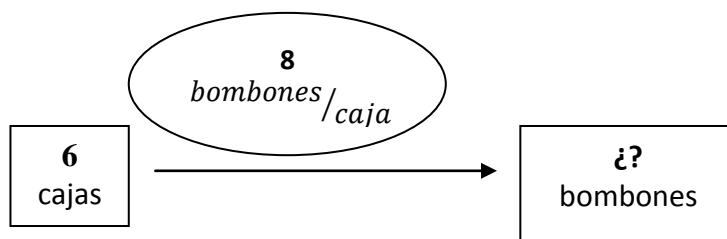


Sin embargo, según la posición que ocupe la incógnita, podemos diferenciar tres tipos de situaciones.

Por un lado, cuando la incógnita se localiza en el estado  $E_2$ , el problema se resuelve mediante multiplicación. En este tipo de problemas aparece de manera natural la idea de multiplicación como suma reiterada.

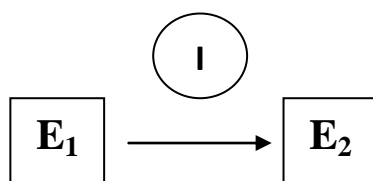


Un ejemplo de este tipo de situaciones sería: “Elisa tiene 6 cajas con 8 bombones en cada una. ¿Cuántos bombones tiene Elisa en total?”

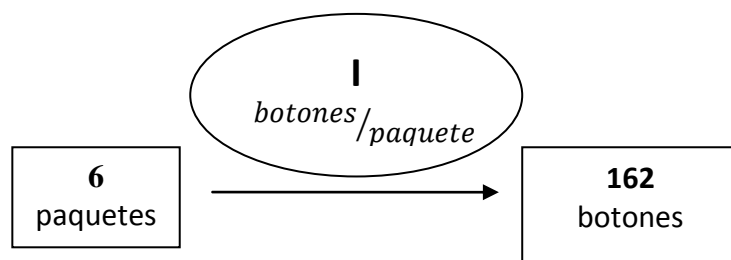


Si nos fijamos en el problema, el estado  $E_1$  indica el número de cajas que hay. La razón  $R$ , indica en número de bombones que hay en cada caja, es decir, la relación entre los estados. Y por último la incógnita se encuentra en el  $E_2$  y es el número de bombones que hay en total. Para resolverlo, hay que multiplicar la razón por el estado  $E_1$ , y da como resultado 48 bombones.

Si por el contrario, la incógnita se encuentra en la razón  $R$ , será una situación de reparto. Estas situaciones se resuelven con una división en la que podemos interpretar la división como reparto, que es como se explica de forma natural esta operación.

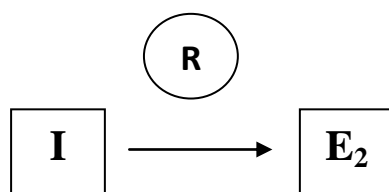


Un ejemplo de este tipo de situaciones sería: “Carla tiene 162 botones que va a guardar en 6 paquetes iguales. ¿Cuántos botones habrá en cada uno?”

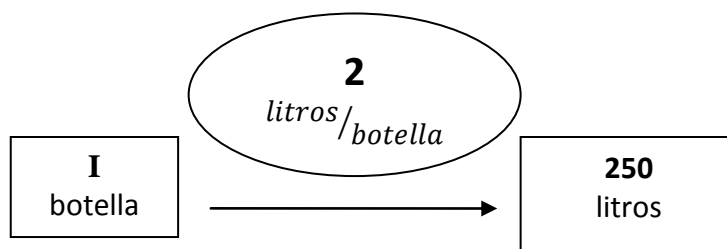


En este problema, conocemos el estado  $E_2$ , que es el número total de botones con los que se dispone, y el estado  $E_1$ , que es el número de paquetes iguales que queremos hacer con dichos botones. En este caso tenemos que repartir los botones entre los paquetes, por lo tanto, realizar una división a modo de reparto, con la cual calcularemos la razón  $R$ , es decir, el número de botones que habrá en cada uno de los paquetes.

Por último, cuando la incógnita se localiza en el estado  $E_1$ , nos encontramos ante una situación de agrupamiento, en la que lo que se pretende es hacer una descomposición en partes iguales.



Un ejemplo de situación de agrupamiento sería: “Tenemos 250 litros de zumo que queremos meter en botellas iguales. En cada una de las botellas caben 2 litros. ¿Cuántas botellas llenaremos?”



En este problema conocemos el estado  $E_2$ , que son los litros totales que tenemos. Y conocemos también la razón  $R$ , es decir, los litros que queremos meter en cada una de las botellas. El número de botellas que vamos a poder llenar, es el estado  $E_1$ , que es la

incógnita de esta situación. En este caso hay que dividir el estado  $E_2$  entre la razón  $R$ , y por lo tanto es un uso de la división como agrupamiento ya que vamos a agrupar los litros que tenemos de 2 en 2, en este caso, para obtener el número de botellas que llenaremos.

Una variable importante para valorar la dificultad de una situación es la posición de la incógnita. De entre los tres tipos de problemas explicados el más sencillo sería el que se resuelve mediante multiplicación ya que esta operación aparece de manera más intuitiva que la división y además en este tipo de situaciones es fácilmente interpretable como suma reiterada. Después irían los dos que se resuelven mediante divisiones, sin embargo suponen menos dificultades aquellos problemas en los que la división puede interpretarse como un reparto de una cantidad entre una serie de “individuos” que aquellos problemas en los que se presenta la división como agrupación.

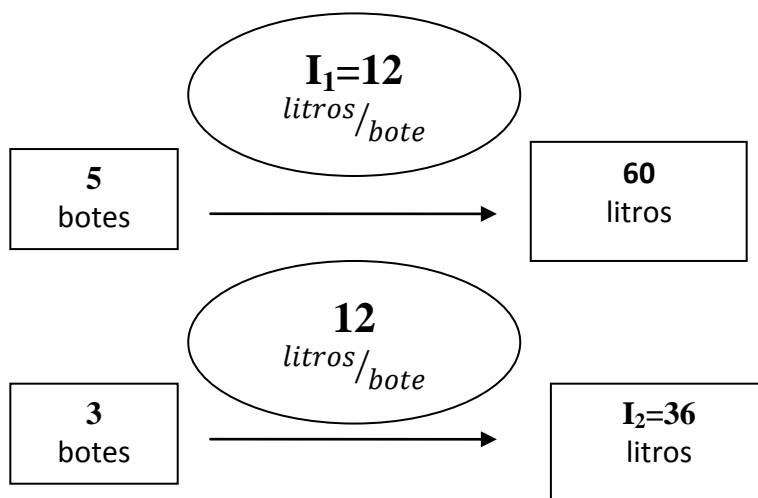
Otra dificultad a la que se pueden enfrentar los alumnos a parte del cálculo, es la gestión del resto. Ya que no están acostumbrados a utilizar e interpretar los restos de las divisiones y usualmente asumen como “resultado” de la división únicamente el número que aparece como cociente.

En el anterior estudio nos hemos centrado en las situaciones multiplicativas en una solo etapa, sin embargo se pueden considerar situaciones multiplicativas en varias etapas. En estos problemas tanto la dificultad de resolución como la de análisis aumenta (Ver Puig y Cerdán, 1988). En estos problemas hay que tomar decisiones respecto a qué operaciones hay que realizar primero y el orden en la utilización de los datos.

En los problemas en varias etapas, se pueden dar, como caso particular, repeticiones de las estructuras comentadas anteriormente. Un caso especialmente importante es el de las situaciones de proporcionalidad directa (para un tratamiento aritmético de estas situaciones ver Oller, 2012).

En este tipo de situaciones intervienen dos magnitudes, que podemos llamar  $A$  y  $B$ , las cuales son directamente proporcionales si la razón entre ellas es constante. Es decir,  $R = \frac{B}{A}$ . Eso nos permite resolver los problemas de proporcionalidad directa comúnmente conocidos como de “regla de tres” mediante razonamientos aritméticos sin necesidad de introducir ninguna técnica artificiosa adicional.

Por ejemplo, analicemos el siguiente problema de proporcionalidad directa: “En 5 botes de pintura hay en total 60 litros. ¿Cuántos litros habrá en 3 botes?”



Observando el problema, y haciendo la suposición adicional de que cada bote debe contener los mismos litros de pintura, observamos que podemos descomponer el problema anterior en dos situaciones tipo estado-razón-estado en las que la razón es común para ambas. En la primera etapa, tenemos la incógnita en la razón, por lo que tendremos que realizar una división como reparto en la que dividiremos el estado  $E_2$ , entre el estado  $E_1$ , es decir, para saber cuántos litros hay en cada uno de los botes lo que hacer es repartir los 60 litros entre los 5 botes, obteniendo así que hay 12 litros por bote. Una vez obtenida la razón, pasaremos a la segunda etapa del problema, en la que tenemos la incógnita en el estado  $E_2$ , y por ello lo que haremos será, multiplicar la razón, que es la obtenida en la primera etapa, por el estado  $E_1$ . Es decir, para calcular cuántos litros hay en 3 botes tenemos que multiplicar lo que hay en cada bote por el número de botes.

### 3 OBJETIVOS DEL TRABAJO

A continuación indicamos los objetivos principales de este trabajo:

- O1. Realizar una revisión de los diferentes ítems liberados de las pruebas TIMSS de matemáticas para 4º de primaria y recoger los diferentes ítems que aparecen sobre el tópico seleccionado. En este caso centrada en las estructuras multiplicativas con números naturales.
- O2. Elaborar una prueba original con las características de las pruebas TIMSS centrada en dicho tópico siguiendo los mismos patrones para la elaboración de los ítems y evaluación que se siguen en TIMSS.
- O3. Elegir una muestra de alumnos de 4º de primaria para realizar la experimentación de la prueba elaborada proporcionando condiciones ambientales similares a las que tendrían en la realidad.
- O4. Analizar los resultados obtenidos en cada uno de los ítems por el grupo de muestra seleccionado y realizar un examen de los fallos y errores encontrados.
- O5. Realizar una comparativa entre los resultados obtenidos al pasar dicha prueba y los resultados de TIMSS para aquellos ítems liberados introducidos de manera textual en la prueba.
- O6. Analizar los resultados globales obtenidos por los alumnos en la prueba y estudiar algún caso especialmente relevante.





## 4 MARCO METODOLÓGICO

El proceso de realización de este trabajo ha seguido la estructura que se refleja mediante el esquema de la Figura 1.

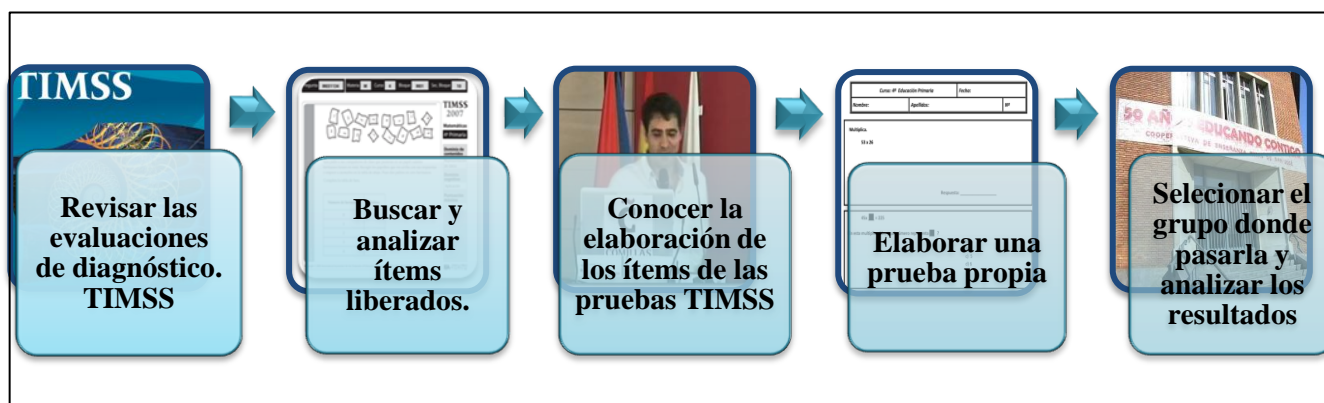


Figura 1: Estructura seguida en la realización del trabajo.

En primer lugar, llevamos a cabo una revisión de diferentes evaluaciones de pruebas diagnósticas centradas en TIMSS. Para ello, se ha buscado información en diferentes páginas web, tratando de conocer mejor estas pruebas para posteriormente realizar la parte fundamental de este trabajo.

En segundo lugar, se extraen y se analizan los ítems liberados, principalmente aquellos que están relacionados con el tópico seleccionado, en nuestro caso las estructuras multiplicativas en operaciones con naturales.

Una vez hecho esto, es importante comprender cómo se elaboraran los ítems de las pruebas TIMSS, para posteriormente realizar una prueba original.

Una vez realizado este trabajo se seleccionó el grupo de alumnos al que aplicar la prueba elaborada. El grupo seleccionado y las razones que me han llevado a ello se detallan en el último apartado de esta sección.

Por último se ha realizado un análisis de los resultados.

## 4.1 Búsqueda y selección de ítems liberados.

Para llevar a cabo la recogida de ítems, lo primero ha sido leer a cerca de las pruebas de diagnóstico centrándonos, sobre todo, en las pruebas TIMSS para comprender mejor su contenido y así ser capaz de analizar mejor los ítems que se van a recoger posteriormente. Principalmente toda esa información se ha recogido de la página del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte sobre el Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (Ver INEE, 2014)

Una vez realizado esto y teniendo en cuenta que las pruebas TIMSS se han realizado en 1995, 1999, 2003, 2007 y 2011, se han buscado los ítems liberados de cada una de las pruebas.

Para encontrarlos, se ha realizado una búsqueda en diferentes páginas relacionadas o buscadores, centrándonos en el año o años en los que se han encontrado una cantidad importante de ítems para que el análisis sea lo más completo posible.

Además, una vez encontrados se ha realizado un análisis general del dominio al que pertenecían los ítems encontrados (contenido, aplicación y razonamiento, según la clasificación de la sección 2.3) centrándonos principalmente en aquellos ítems del bloque de números que involucraban estructuras multiplicativas con números naturales, es decir, ejercicios y problemas que se resolvían mediante multiplicación y división.

## 4.2 Estructura para la elaboración de ítems tipo TIMSS.

En Diego (2013) se realiza un análisis pormenorizado de la estructura de los ítems de las pruebas en TIMSS y se dan indicaciones para la elaboración de los mismos.

Lo primero para elaborar un ítem es fijar el contenido sobre el que dicho ítem trata, en nuestro caso, estructuras multiplicativas, teniendo en cuenta los tres dominios cognitivos. Es importante fijar también la edad a la que se dirigirá la prueba ya que no es lo mismo elaborar ítems para primaria que para secundaria, nosotros vamos a elaborar nuestra prueba para alumnos de 4º de educación primaria.

Es importante que los ítems sean cortos y con un vocabulario sencillo, con situaciones próximas a la vida real para los ítems contextualizados (principalmente los de aplicación y razonamiento). Además es importante que no sean ni muy fáciles, ni muy difíciles para que la mayoría de ítems tengan un porcentaje de aciertos de entre un 30% y un 70%.

Una vez claro todo lo anterior, hay que fijar el tipo de ítem que vamos a realizar ya que existen dos tipos diferenciados: de respuesta múltiple o de respuesta elaborada.

#### **4.2.1. Ítems de respuesta múltiple.**

Los ítems de respuesta múltiple tienen una puntuación de un punto y está previsto que el tiempo que los alumnos deben invertir para encontrar la solución es de aproximadamente, un minuto.

En este tipo de ítems podemos distinguir generalmente tres partes: en primer lugar un enunciado en el que se explica lo que hay que hacer, en segundo lugar la pregunta en la que se pide algo concreto y en tercer lugar las opciones, que en este tipo de pruebas son cuatro (a, b, c y d). Es necesario que la información que hay en el enunciado sea clara, suficiente y comprensible para todos los alumnos. Éstos deben ser capaces de responder a la pregunta sin mirar las opciones que se les da.

Hay que evitar los enunciados negativos que puedan llevar a confusión, al igual que los problemas que tienen varias soluciones o que a través de un método incorrecto se pueda alcanzar la misma solución.

En cuanto al diseño de las cuatro opciones de respuesta hay que tener en cuenta una serie de pautas. En primer lugar tienen que ser cuatro y sólo una de ellas puede ser la correcta. En segundo lugar deben ser similares en estructura al enunciado, además de ser similares en longitud y complejidad entre ellas, para evitar que a través de una de las opciones se deduzca la correcta. En tercer lugar, es también muy importante, evitar usar como respuestas “ninguna es correcta” o “todas las respuestas son válidas”. Por último, para crear opciones de respuesta incorrecta, o distractores, hay que pensar en las posibles soluciones incorrectas que daría el alumno, es decir, crear las opciones a través de los errores comunes en ese tipo de ejercicios, pero que a su vez deben ser razonables para

evitar el descarte. Todo esto ayuda a detectar los errores tipo para poder así mejorar la enseñanza de los alumnos.

Una vez elaborado el ítem, es importante revisarlo, y para ello algunas de las preguntas que hay que hacerse son las siguientes:

- ¿Son correctas las matemáticas empleadas?
- ¿Resulta la tarea entendible para el estudiante?
- ¿Se ha evitado el uso de enunciados negativos?
- ¿Son los distractores plausibles y claramente incorrectos?

#### **4.2.2. Ítems de respuesta múltiple.**

Los ítems de respuesta elaborada, son aquellos en los que el alumno debe elaborar su propia respuesta. Ésta puede ser, un resultado numérico, una breve explicación o descripción de un proceso en una o dos frases, o una tabla o esquema. Para estos ítems, el tiempo en el que el alumno debería ser capaz de responder es de unos tres minutos.

Para diseñar la pregunta es importante usar un lenguaje asequible, que no requiera de más explicación que la que da el propio enunciado. A la hora de preguntar hay que ser claros, para que no haya dudas en la respuesta que se espera, evitando las respuestas abiertas complicadas de evaluar en este tipo de pruebas.

En los ítems de respuesta elaborada se pueden obtener uno o dos puntos. En los ítems de respuesta elaborada, o está correcto, lo cual implica un punto, o está incorrecto, por lo que se otorgarían cero puntos. Los ítems de dos puntos son más complejos. Para obtener dos puntos es importante que el ejercicio esté completamente correcto, tanto en conceptos, como en procedimientos. Para que la pregunta sea considerada como parcialmente incorrecta y que por lo tanto se adjudique un punto, debe haber partes correctas pero que esté incompleto, o que la respuesta sea la correcta sin embargo, la explicación falle, o justo al contrario, que la respuesta sea incorrecta pero que este explicada correctamente. Por último, si la respuesta es inadecuada, irrelevante o incoherente, se dará por incorrecta y eso significa cero puntos en el ítem.

Al igual que en los ítems de respuesta múltiple, también en los de respuesta elaborada, es necesario realizar una revisión, y para ello algunas de las preguntas que hay que hacerse son las siguientes:

- ¿Son correctas las matemáticas utilizadas?
- ¿Resulta la tarea entendible para el estudiante?
- ¿Contiene algún factor con el que no esté familiarizado el estudiante y que dificulte su comprensión?
- ¿Es razonable pensar que el ítem se puede resolver correctamente?
- ¿Puede resolverse la tarea en un tiempo razonable?

### 4.3 Selección de la muestra

El colegio seleccionado para pasar la muestra es el Colegio Hijas de San José, cooperativa de enseñanzas desde 2004. Se trata de un centro concertado que se encuentra en la calle Duquesa Villa Hermosa (Sector Delicias) de Zaragoza en un edificio emblemático del barrio. Este centro lleva cincuenta años dedicándose a la enseñanza y cuenta con tres vías, tanto en Infantil (3-6 años) y Primaria (6-12 años), como en Secundaria (12-16 años).

Respecto al contexto socioeconómico del alumnado que acude a este centro, cabe destacar que nos encontramos con un perfil dominante de alumno perteneciente a un tipo de familia de estatus económico medio-bajo. Además, cabe destacar que en este centro conviven multitud de culturas entre las cuales podemos destacar la sudamericana, la europeo-oriental, la asiática y aunque parezca extraño, teniendo en cuenta que es un centro concertado católico, también la árabe. Por lo tanto, nos encontramos ante un contexto enriquecedor caracterizado por la diversidad e interculturalidad del alumnado.

La clase en la que se va a pasar la muestra es 4ºB de Educación Primaria. Es una clase de 25 alumnos. Su nivel en matemáticas es muy variado, ya que tenemos algunos alumnos sobresalientes y unos 10 suspensos aproximadamente.

Las razones por las que he seleccionado este grupo de alumnos para pasar la muestra es porque gracias a la asignatura de “Prácticas Escolares III”, tuve la oportunidad de dar las matemáticas a este grupo de alumnos, y como conocía tanto el centro, como a la maestra y a los alumnos, me parecía un buen lugar para llevar a cabo esta experimentación.

## 5 RESULTADOS

En esta sección se van a presentar los resultados obtenidos para los objetivos propuestos en este trabajo.

- En lo que respecta al objetivo O1, se analizan los ítems liberados de las pruebas TIMSS de 4° de primaria, concretamente aquellos ítems relacionados con las estructuras multiplicativas.
- Sobre el objetivo O2, se presenta la prueba original elaborada y se analizan los ítems que la conforman, centrados en el tópico seleccionado.
- Con respecto al objetivo O3 resumimos las condiciones en las que se ha llevado a cabo la prueba con los alumnos.
- Para el objetivo O4, analizamos los datos obtenidos en cada uno de los ítems, centrándonos tanto en los aciertos como en los errores.
- Para cumplir el objetivo O5, se realiza una comparativa entre los resultados de la experimentación y los resultados de TIMSS para los ítems de control.
- Y finalmente, respecto al objetivo O6, se analizan los resultados globales obtenidos por los alumnos,

### 5.1. Análisis de los ítems del tópico seleccionado en TIMSS

De todos los ítems de las diferentes pruebas de TIMSS, se han seleccionado los ítems liberados de TIMSS 2007, ya que es el año en el que más ítems se liberaron (Ver TIMSS, 2007).

Si nos centramos en el análisis de los dominios de contenidos encontrados en dicha muestra, se puede observar que, aproximadamente, el cincuenta por ciento de los ítems pertenece a “números”, el treinta o el treinta y cinco por ciento de los ítems a “figuras y mediciones geométricas” y el resto a la “representación de datos”.

En cuanto a los dominios cognitivos, si nos centramos en los ítems de números, se puede observar en el Gráfico 1 que en la muestra liberada están bastante igualados.

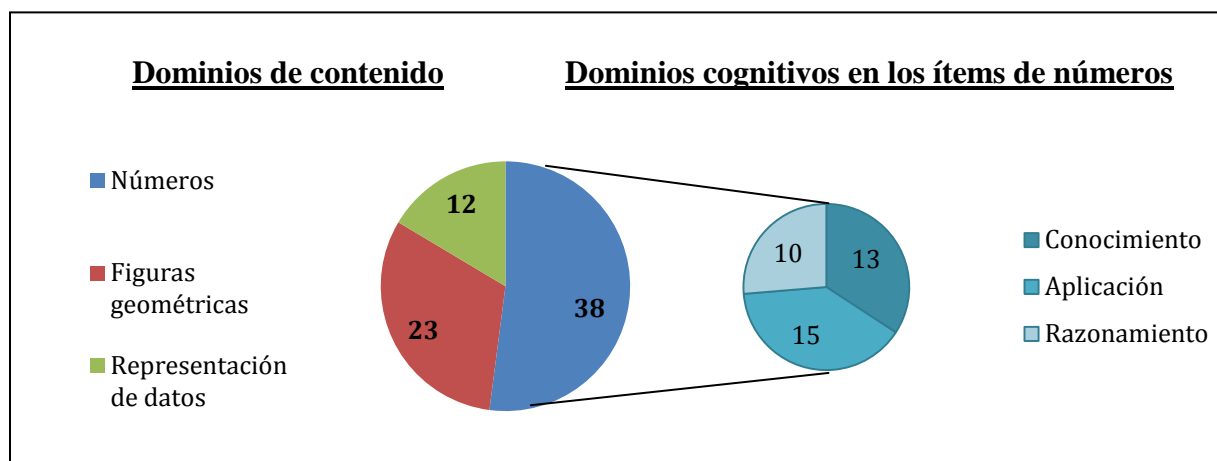


Gráfico 1: Dominios en TIMSS 2007

Si nos centramos en el contenido al que pertenece nuestro tópico, de los treinta y ocho ítems del contenido de números, trece pertenecen a las estructuras multiplicativas.

De los trece ítems de estructuras multiplicativas, dos pertenecen al dominio cognitivo de conocimiento, siete al de aplicación y cuatro al de razonamiento. Estos ítems se pueden encontrar en el ANEXO I

## 5.2. Elaboración de los ítems

Para la prueba se van a elaborar 10 ítems centrados en las estructuras multiplicativas.

Teniendo en cuenta los porcentajes de los dominios cognitivos que hay en las pruebas TIMSS (40% son ítems de conocimiento, el 40% de aplicación y 20% de razonamiento), se van a realizar 4 ítems de conocimiento, 4 de aplicación y por último 2 de razonamiento, que vamos a ir analizando a continuación. La prueba completa, con el diseño con el que se presentó a los alumnos, se encuentra en el ANEXO II

<div>Multiplica</div> <div>53 x 26</div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> <div>&lt;/</div>				
---	--	--	--	--



CRITERIOS DE CORRECCIÓN DE LAS RESPUESTAS
Respuesta correcta
1378
Respuesta incorrecta
118
Otras respuestas incorrectas (Incluidas tachadas/borradas, marcas fuera de su sitio, respuestas ilegibles o inapropiadas).
Sin respuesta
En blanco

En este caso, el ítem corresponde con uno realizado por TIMSS en el año 2007. Se trata pues de uno de los ítems de control introducidos. Estamos ante una situación multiplicativo formal. El tipo de operación a realizar por el alumno es una multiplicación, cuya dirección es directa. Lo que nos interesa de este ítem es observar si los alumnos saben realizar el algoritmo de la multiplicación correctamente.

Si nos centramos en la operación, las posibles dificultades o errores esperados por los alumnos a la hora de resolver el ejercicio pueden ser varios: problemas con la memorización de las tablas de multiplicar, con la gestión de las llevadas u otros errores propios de la aplicación del algoritmo.

<b>Multiplica</b>  $45 \times \blacksquare = 225$  <b>En esta operación, ¿qué número representa <math>\blacksquare</math> ?</b> a) 7 b) 4 c) 5 d) 6				<b>Curso: 2013 / 2014</b>	
				<b>4º de Primaria</b>	
				<b>Matemáticas</b>	
				<b>Dominio de contenidos:</b>	
				<b>NUMEROS</b>	
				<b>Dominio cognitivo:</b>	
				<b>CONOCIMIENTO</b>	
				<b>Puntuación máxima</b>	
				<b>1</b>	
<b>Respuesta</b>	<b>Cerrada</b>	<b>Dificultad</b>		<b>% de aciertos</b>	
<b>CRITERIOS DE CORRECCIÓN DE LAS RESPUESTAS</b>					
<b>Respuesta correcta</b>					
<b>C</b>					
<b>Respuesta incorrecta</b>					
<b>a, b o d</b>					
<b>Respuestas tachadas/borradas, marcas fuera de su sitio, ilegibles...</b>					
<b>Sin respuesta</b>					
<b>En blanco</b>					

En este caso nos encontramos con una situación multiplicativo-formal, la operación propuesta es una multiplicación. Sin embargo, en esta ocasión la dirección, al contrario que antes, es inversa. Por lo que los métodos de resolución esperados son el ensayo-error probando a introducir un factor “que encaje” o la realización de una división del producto entre el multiplicando.

Nos encontramos ante un ítem de respuesta múltiple, por ello a la hora de elaborar las posibles respuestas se han escogido números cercanos a la opción correcta.

Las dificultades previstas son, además de la comprensión del propio ejercicio, los errores propios de la multiplicación o de la división, dependiendo del método escogido.

<b>Divide y marca la solución correcta</b>  <div>2156   7</div> <div>a) 3080 b) 308 c) 380 d) 38</div>				<b>Curso: 2013 / 2014</b>	
				<b>4º de Primaria</b>	
				<b>Matemáticas</b>	
				<b>Dominio de contenidos:</b>	
				<b>NUMEROS</b>	
				<b>Dominio cognitivo:</b>	
				<b>CONOCIMIENTO</b>	
				<b>Puntuación máxima</b>	
				<b>1</b>	
<b>Respuesta</b>	<b>Cerrada</b>	<b>Dificultad</b>		<b>% de aciertos</b>	
<b>CRITERIOS DE CORRECCIÓN DE LAS RESPUESTAS</b>					
<b>Respuesta correcta</b>					
<b>D</b>					
<b>Respuesta incorrecta</b>					
<b>a, b o c</b>					
<b>Respuestas tachadas/borradas, marcas fuera de su sitio, ilegibles...</b>					
<b>Sin respuesta</b>					
<b>En blanco</b>					

De nuevo, nos encontramos ante una situación multiplicativo-formal, pero en este caso, la operación a realizar es una división en sentido directo.

El dividendo y el divisor han sido seleccionados de forma intencionada, porque se buscaba que el cociente de esta división tuviera ceros intermedios en el cociente para ver cómo respondían los niños, ya que la gestión de los ceros es un error muy común en este tipo de operaciones.

Se trata de un ítem de respuesta múltiple, manteniendo las cifras significativas en el cociente y variando la existencia, número y posición de los ceros. Con la opción a) y c), queremos observar cuántos alumnos añaden un cero al final de la división cuando no es necesario añadirlo. Además los que seleccionen la opción c), también habrán gestionado mal el cero intermedio del cociente. Por último la opción d), será marcada por los alumnos que se olviden los ceros en el cociente cuando “no cabe” al dividir y bajan directamente la cifra siguiente.

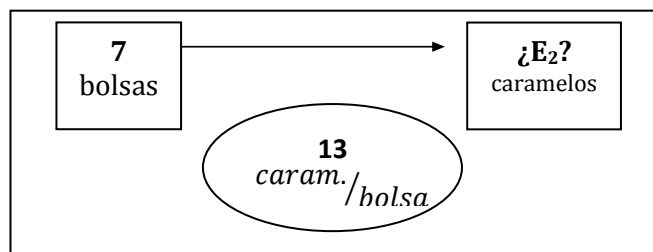
<b>¿Cuál es el número que falta en esta división?</b>  <b>162: __ = 6</b>				<b>Curso: 2013 / 2014</b>	
				<b>4º de Primaria</b>	
				<b>Matemáticas</b>	
				<b>Dominio de contenidos:</b>	
				<b>NUMEROS</b>	
				<b>Dominio cognitivo:</b>	
				<b>CONOCIMIENTO</b>	
				<b>Puntuación máxima</b>	
				<b>1</b>	
<b>Respuesta</b>	<b>Abierta</b>	<b>Dificultad</b>		<b>% de aciertos</b>	
<b>CRITERIOS DE CORRECIÓN DE LAS RESPUESTAS</b>					
<b>Respuesta correcta</b>					
<b>27</b>					
<b>Respuesta incorrecta</b>					
<b>74</b>					
<b>Otras respuestas incorrectas (Incluidas tachadas/borradas, marcas fuera de su sitio, respuestas ilegibles o inapropiadas).</b>					
<b>Sin respuesta</b>					
<b>En blanco</b>					

Este ítem es el último de los del dominio cognitivo de conocimiento, y también previsiblemente el más complicado. Es una situación didáctica multiplicativo formal. La operación planteada es una división y la dirección es inversa.

Los alumnos al enfrentarse a un ítem como éste, tienen que conocer las propiedades de la división, y saber que cuando se desconoce el divisor, se puede calcular dividiendo el dividendo entre el cociente. Es posible que los alumnos intenten resolver este problema probando con diferentes divisores, pero es una forma complicada de acertar, puesto que son muchas las posibilidades que existen y se requeriría de una buena estimación para empezar a probar.

<b>Lucía compró 7 bolsas con 13 caramelos en cada una, ¿cuántos caramelos tendrá Lucía?</b>  a) 20 b) 91 c) 16 d) 81				<b>Curso: 2013 / 2014</b>	
				<b>4º de Primaria</b>	
				<b>Matemáticas</b>	
				<b>Dominio de contenidos:</b>	
				<b>NUMEROS</b>	
				<b>Dominio cognitivo:</b>	
				<b>APLICACIÓN</b>	
				<b>Puntuación máxima</b>	
				<b>1</b>	
<b>Respuesta</b>	<b>Cerrada</b>	<b>Dificultad</b>		<b>% de aciertos</b>	
<b>CRITERIOS DE CORRECIÓN DE LAS RESPUESTAS</b>					
<b>Respuesta correcta</b>					
<b>B</b>					
<b>Respuesta incorrecta</b>					
<b>a, c o d</b>					
<b>Respuestas tachadas/borradas, marcas fuera de su sitio, ilegibles...</b>					
<b>Sin respuesta</b>					
<b>En blanco</b>					

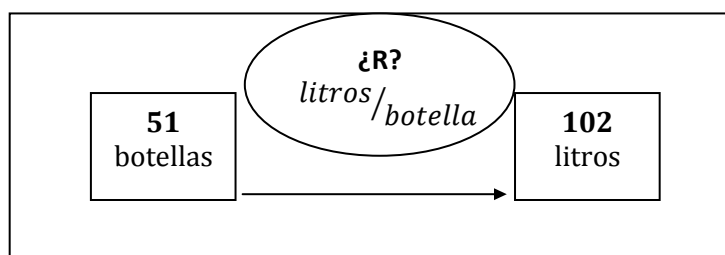
Se trata del primer ítem de aplicación. Nos encontramos ante una situación multiplicativo-concreta, cuya estructura semántica es ERE. Concretamente, es una situación que se resuelve por medio de una multiplicación, ya que la incógnita se encuentra en el segundo estado.



Al ser un ítem de respuesta múltiple, para elegir las posibles respuestas se han tenido en cuenta los errores que podían tener los alumnos al resolver la situación. Por esa razón, la respuesta a) es el resultado de sumar los dos datos del problema. La opción d), será la elegida por aquellos alumnos que hagan una mala gestión de las llevadas al realizar la multiplicación. Y la opción c) es un número que encaja bastante bien para que la opción errónea a) no parezca fuera de lugar y así sea necesario realizar el problema para encontrar la respuesta correcta.

<b>Un bidón de zumo de 102 litros se reparte en 51 botellas iguales para venderlas en una tienda, ¿cuántos litros de zumo hay en cada botella?</b>  <b>Respuesta:</b> _____					<b>Curso: 2013 / 2014</b>
					<b>4º de Primaria</b>
					<b>Matemáticas</b>
					<b>Dominio de contenidos:</b>
					<b>NUMEROS</b>
					<b>Dominio cognitivo:</b>
					<b>APLICACIÓN</b>
					<b>Puntuación máxima</b>
					<b>1</b>
<b>Respuesta</b>	<b>Abierta</b>	<b>Dificultad</b>		<b>% de aciertos</b>	
<b>CRITERIOS DE CORRECCIÓN DE LAS RESPUESTAS</b>					
<b>Respuesta correcta</b>					
<b>2</b>					
<b>Respuesta incorrecta</b>					
<b>5.202</b>					
<b>Otras respuestas incorrectas (Incluidas tachadas/borradas, marcas fuera de su sitio, respuestas ilegibles o inapropiadas).</b>					
<b>Sin respuesta</b>					
<b>En blanco</b>					

Este ítem es una situación multiplicativo-concreta, cuya estructura semántica es ERE. Concretamente, es una situación de reparto, puesto que la incógnita se encuentra en la razón R.

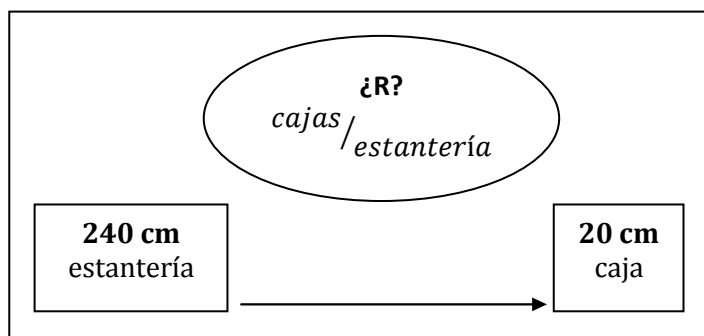


Este ítem es de respuesta elaborada, y en él se espera que los alumnos reconozcan la estructura, y asocien la división como reparto como la operación correcta para resolver este tipo de problemas. En este problema pueden surgir dos errores, por un lado, que realicen otra operación que no sea una división, y por otro lado, puede que identifiquen la operación correcta pero se equivoquen en el cálculo.

Tenemos que tener en cuenta que dentro de la dificultad de este problema, como es de reparto y los niños tienen muy asociada la división a este significado, es probable que el ítem sea resuelto con éxito.

Una estantería tiene 240cm de largo. Roberto está colocando cajas en ella. Cada caja ocupa un espacio de 20cm en la estantería. ¿Cuál de las siguientes operaciones muestra el número de cajas que puede colocar Roberto en la estantería? El número de cajas está representado por un ▲ a) $240 - 20 =$ ▲ b) $240 : 20 =$ ▲ c) $240 + 20 =$ ▲ d) $240 \times 20 =$ ▲				Curso: 2013 / 2014	
				4º de Primaria	
				Matemáticas	
				Dominio de contenidos:	
				NUMEROS	
				Dominio cognitivo:	
				APLICACIÓN	
				Puntuación máxima	
				1	
Respuesta	Abierta	Dificultad	Alta	% de aciertos	
				% de aciertos TIMSS 2007	50'7
CRITERIOS DE CORRECIÓN DE LAS RESPUESTAS					
Respuesta correcta					
B					
Respuesta incorrecta					
A, c o d					
Respuestas tachadas/borradas, marcas fuera de su sitio, ilegibles...					
Sin respuesta					
En blanco					

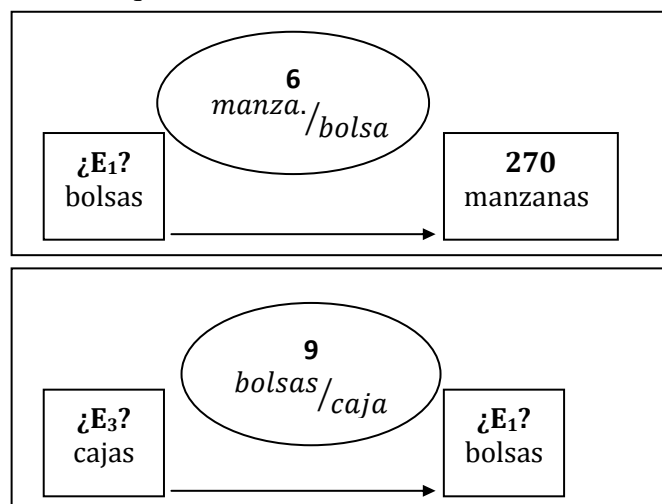
Se trata de una situación multiplicativo-concreta y la estructura semántica de esta situación es ERE. Concretamente, es una situación de reparto, ya que la incógnita se encuentra en la razón.



Corresponde a las pruebas realizadas en 2007 por TIMSS (otro de nuestros ítems de control) y es de respuesta múltiple. No se pide que los alumnos que resuelvan el problema, sino que sean capaces de identificar cuál es la operación correcta para esta situación, y por esa razón, las cuatro opciones de respuesta son cada una de las cuatro operaciones aritméticas básicas.

<b>En una caja caben 9 bolsas. En una bolsa caben 6 manzanas. ¿Cuántas bolsas necesito para meter 270 manzanas? ¿Y cuántas cajas?</b>  <b>Respuesta: _____bolsas    Respuesta: _____cajas</b>					<b>Curso: 2013 / 2014</b>
					<b>4º de Primaria</b>
					<b>Matemáticas</b>
					<b>Dominio de contenidos:</b>
					<b>NUMEROS</b>
					<b>Dominio cognitivo:</b>
					<b>APLICACIÓN</b>
					<b>Puntuación máxima</b>
					<b>2</b>
<b>Respuesta</b>	<b>Abierta</b>	<b>Dificultad</b>		<b>% de aciertos</b>	
<b>CRITERIOS DE CORRECIÓN DE LAS RESPUESTAS</b>					
<b>Respuesta correcta</b>					
<b>45 bolsas y 5 cajas</b>					
<b>Respuesta parcialmente correcta</b>					
<b>Solo una de las dos respuestas correctas</b>					
<b>Respuesta incorrecta</b>					
<b>Otras respuestas incorrectas (Incluidas tachadas/borradas, marcas fuera de su sitio, respuestas ilegibles o inapropiadas).</b>					
<b>Sin respuesta</b>					
<b>En blanco</b>					

Este problema es el último del dominio cognitivo de aplicación. Es algo más complejo que los anteriores y por esa razón, su puntuación máxima es de dos puntos. Es una situación multiplicativo-concreta de dos etapas, sin embargo ambas etapas tienen la misma estructura semántica que las situaciones anteriores, ERE.

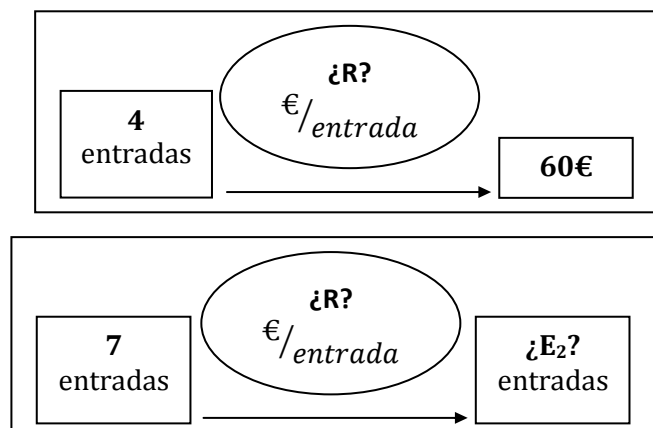


Si analizamos el problema, en primer lugar los alumnos tendrán que calcular el número de bolsas necesarias para meter las manzanas que nos indican si en cada bolsa caben seis manzanas. Una vez que los alumnos calculen el número de bolsas necesario, solo tendrán que utilizar el número de bolsas por caja que caben para contestar a la segunda pregunta.

Este problema resulta interesante porque es una forma de observar qué niños tienen más asentado este tipo de estructuras, ya que para resolverlo tienen que ser capaces de organizar los datos, relacionarlos entre ellos y tener claro cuándo utilizar cada dato y para qué.

<b>Hoy he comprado 4 entradas de teatro y me han cobrado 60€. ¿Cuánto me habrían cobrado por 7 entradas?</b>  <b>Respuesta:</b> _____				<b>Curso: 2013 / 2014</b>	
				<b>4º de Primaria</b>	
				<b>Matemáticas</b>	
				<b>Dominio de contenidos:</b>	
				<b>NUMEROS</b>	
				<b>Dominio cognitivo:</b>	
				<b>APLICACIÓN</b>	
				<b>Puntuación máxima</b>	
				<b>2</b>	
<b>Respuesta</b>	<b>Abierta</b>	<b>Dificultad</b>		<b>% de aciertos</b>	
<b>CRITERIOS DE CORRECCIÓN DE LAS RESPUESTAS</b>					
<b>Respuesta correcta</b>					
<b>105€</b>					
<b>Respuesta parcialmente correcta</b>					
<b>El precio de una entrada: 15€</b>					
<b>Respuesta incorrecta</b>					
<b>Otras respuestas incorrectas (Incluidas tachadas/borradas, marcas fuera de su sitio, respuestas ilegibles o inapropiadas).</b>					
<b>Sin respuesta</b>					
<b>En blanco</b>					

Este ítem es el primero de los de razonamiento. Es una situación de proporcionalidad directa. Como hemos comentado anteriormente, este tipo de situaciones se podrían catalogar (ya que los alumnos no tienen instrucción previa en la “regla de tres”) como un problema de dos etapas en las que la estructura semántica es ERE. Debido a la dificultad que este ítem plantea, su puntuación máxima es de dos puntos, uno por cada una de las etapas.



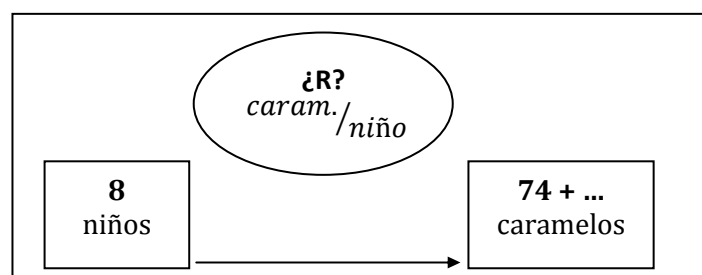


Se pretende que los niños calculen en primer lugar la razón, es decir, la razón entre las entradas y el dinero (precio por entrada). Una vez que han calculado cuánto vale una entrada, el problema se vuelve sencillo, ya que solo tendrán que realizar una multiplicación puesto que saben el precio de cada entrada y las entradas que necesitan.

Con este problema podremos evaluar cómo se enfrentan los niños a una situación novedosa para la que tienen las herramientas básicas pero no tienen instrucción sobre ella.

<b>Ocho niños tienen entre todos 74 caramelos. ¿Cuántos caramelos más son necesarios para poder dar a cada niño el mismo número sin que sobre ninguno?</b>  <b>Respuesta:</b> _____					<b>Curso: 2013 / 2014</b> <b>4º de Primaria</b>	
					<b>Matemáticas</b>	
					<b>Dominio de contenidos:</b> <b>NUMEROS</b>	
					<b>Dominio cognitivo:</b> <b>RAZONAMIENTO</b>	
					<b>Puntuación máxima</b> <b>1</b>	
<b>Respuesta</b>	<b>Abierta</b>	<b>Dificultad</b>	<b>Muy alta</b>	<b>% de aciertos</b>		
				<b>% de aciertos TIMSS 2007</b>		<b>34`5</b>
<b>CRITERIOS DE CORRECIÓN DE LAS RESPUESTAS</b>						
<b>Respuesta correcta</b>						
<b>6 ó cualquier otro número que sumado a 74 dé un múltiplo de 8 (p. ej., 14, 22).</b>						
<b>Respuesta incorrecta</b>						
<b>9,25, 9 y un cuarto, ó 9 y sobran 2</b>						
<b>9, o sobran 2</b>						
<b>Otras respuestas incorrectas (Incluidas tachadas/borradas, marcas fuera de su sitio, respuestas ilegibles o inapropiadas).</b>						
<b>Sin respuesta</b>						
<b>En blanco</b>						

Este último ítem es otro ítem de control extraído de entre los liberados de la prueba de TIMSS de 2007. Podemos resumir su estructura con el siguiente esquema:



En esta situación hay dos incógnitas, ya que no se conoce el número de caramelos total ni tampoco el número de caramelos que le deben dar a cada niño. Sin embargo, como saben que los reparten entre 8 niños y que no sobra ninguno, pueden gestionar los datos de tal forma que den con la respuesta correcta.

Es previsible que los niños encuentren muchas dificultades en este problema. Las estrategias pueden variar entre el ensayo-error probando con diferentes números hasta dar con la opción correcta, o realizando una adecuada gestión del resto a lo que los alumnos no suelen estar acostumbrados.

### **5.3. Experimentación en el aula**

La prueba se ha llevado a cabo el miércoles 30 de abril. A las 9:15 de la mañana los alumnos llegaban a la clase y a las 9:20 se les repartía la prueba elaborada (ver Anexo II). De los veinticinco alumnos que formaban el grupo, uno estaba ausente, por lo que contamos para el análisis con veinticuatro pruebas resueltas.

Los alumnos han estado colocados en mesas individuales separadas formando cuatro filas de seis personas y durante el tiempo que ha durado la prueba, no ha surgido ningún incidente o problema reseñable.

En la prueba había cuatro ítems de respuesta múltiple, que los alumnos debían responder en aproximadamente un minuto cada uno, y seis ítems de respuesta elaborada, en los que tendrían que invertir tres minutos aproximadamente, por lo que esta prueba se podría realizar en veintidós minutos.

Disponíamos de cincuenta minutos para realizar la prueba. Como era de esperar, todos los alumnos la han resuelto antes de que se terminara el tiempo. El primer alumno que la ha entregado ha tardado en completarla veinticinco minutos, mientras que la última de las pruebas ha sido recogida a los treinta y cinco minutos.

Durante la prueba no han tenido ninguna duda, aunque antes de comenzar se hizo un breve comentario en el ítem 7, que era de respuesta múltiple y no había que realizar operaciones, para recalcar que solo tenían que marcar la opción correcta sin necesidad de resolverlo posteriormente.

La maestra estaba preocupada por los resultados que obtendrían los alumnos. Me contaba que, aunque en general no es una clase muy mala, hay casos de alumnos que van muy mal en matemáticas y que no ponen interés en mejorar, ya que, como repitieron en primer ciclo, saben que van a pasar de curso igual y no se esfuerzan. Sin embargo, también comentaba que muchos ejercicios habían sido trabajados en clase a lo largo del curso.

En general los alumnos decían que no había sido difícil, aunque indicaron que los ítems 4 y 10 les habían resultado más complicados.

#### 5.4. Resultados de cada uno de los ítems.

Una vez pasada la prueba se procede al análisis de los resultados obtenidos en cada uno de los ítems.

En la Tabla 9, que aparece a continuación, se pueden observar las respuestas correctas obtenidas, y el porcentaje de aciertos en cada uno de los ítems de un punto.

Ítem	1	2	3	4	5	6	7	10
<b>Respuestas correctas</b>	19	24	20	5	22	16	10	3
<b>% de aciertos</b>	79'17	100	83'33	20,83	91'66	66'67	41'67	12'5

Tabla 9: Respuestas correctas y porcentajes de acierto en cada ítem de 1 punto

En el Gráfico 2 podemos observar cómo, en general, los resultados en los ítems de conocimiento, del 1 al 4, son bastante buenos. Solo en uno los resultados han sido bajos, en la división inversa, como cabía esperar. En los ítems de aplicación, del 5 al 8, observamos que los dos primeros han sido resueltos correctamente por más de la mitad de los alumnos, mientras que los otros dos han presentado más problemas. Estos resultados concuerdan con lo esperado por la graduación en dificultad de los problemas. Los ítems de razonamiento han sido resueltos con éxito por menos de la mitad de los alumnos.

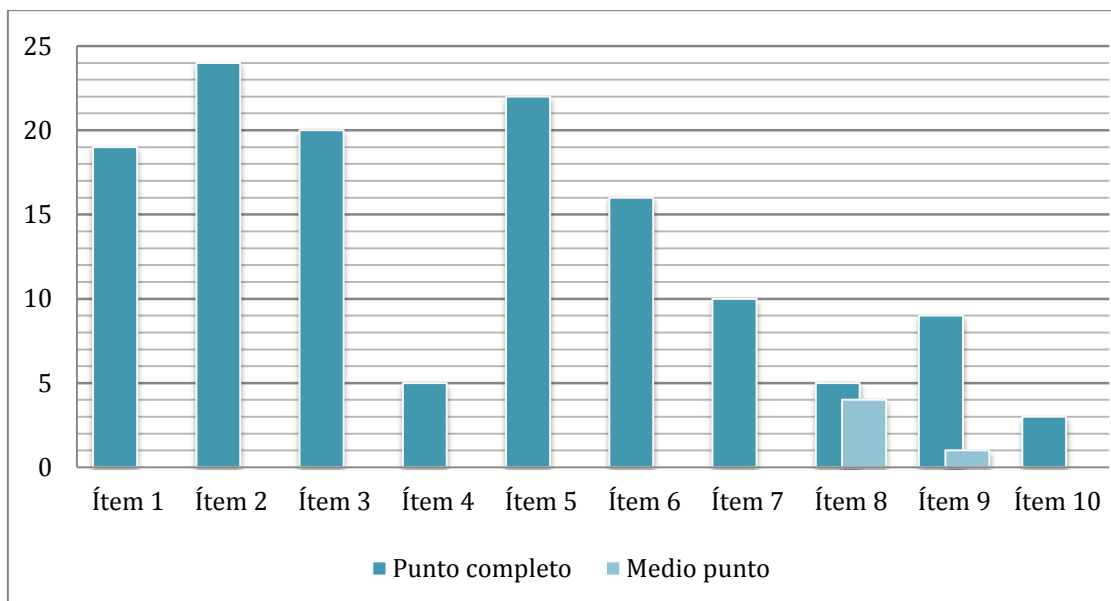


Gráfico 2: Número de respuestas correctas en cada ítem

Analicemos ahora detenidamente lo que ha ocurrido en cada uno de los ítems. Se contarán tanto las respuestas acertadas como las incorrectas, anotando también los resultados en blanco, ya que es interesante saber cuántos alumnos han dejado el ítem sin contestar, al igual que es importante saber aquellos alumnos que sabían realizar el procedimiento pero no han realizado los cálculos de manera adecuada.

<b>Multiplica</b> 53 x 26					
Respuesta:_____					
<b>Puntuación</b>	<b>1</b>	<b>Dificultad</b>	<b>Alta</b>	<b>% de aciertos</b>	<b>79'17</b>
				<b>% de aciertos TIMSS 2007</b>	<b>40'8</b>
<b>RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PRUEBA</b>					
<b>Respuestas correctas</b>					
<b>19</b>					
<b>Respuestas incorrectas</b>					
<b>5</b>					
<b>Sin respuesta</b>					
<b>0</b>					

De los 24 alumnos que han realizado este ítem, podemos observar que el 79'17 % de ellos lo han respondido correctamente, realizando el algoritmo de la multiplicación sin problemas como se ve en la Imagen 3.

Multiplica.

$$\begin{array}{r}
 53 \times 26 \\
 \begin{array}{r}
 53 \\
 \times 26 \\
 \hline
 318 \\
 + 1060 \\
 \hline
 1378
 \end{array}
 \end{array}$$

Respuesta: 1378

Imagen 3: Ítem 1. Respuesta correcta

Si analizamos los ejercicios de los cinco alumnos que han resuelto mal este ítem, podemos comentar varias cosas. Uno de los alumnos ha fallado porque desconocía las tablas y además no sabía aplicar el algoritmo de la multiplicación, puesto que no ha colocado los números para realizar la operación, al igual que otro de los alumnos, que ha intentado resolver la operación sin colocar los números en vertical.

Los otros tres errores se deben a la mala gestión en las llevadas, sin embargo, el más reseñable es este que se puede observar en la Imagen 4.

Multiplica.

$$\begin{array}{r}
 53 \times 26 \\
 \begin{array}{r}
 1 \\
 53 \\
 \times 26 \\
 \hline
 318 \\
 116 \\
 \hline
 1478
 \end{array}
 \end{array}$$

Respuesta: 1478

Imagen 4: Ítem 1. Respuesta incorrecta

El primer producto parcial es correcto, sin embargo, el problema radica en el lugar en el que el alumno ha colocado la llevada, ya que a la hora de hacer el segundo producto parcial, el alumno ha vuelto a sumar la que se llevaba del primero. Colocar la llevada en esa posición no es algo exclusivo de este alumno, puesto que muchos otros lo han colocado ahí pero no se han confundido, como por ejemplo el caso mostrado anteriormente de ítem resuelto de manera correcta (Ver Imagen 3).

<b>Multiplica</b> $45 \times \blacksquare = 225$ <b>En esta operación, ¿qué número representa <math>\blacksquare</math> ?</b>					
a) 7 b) 4 c) 5 d) 6					
<b>Puntuación</b>	<b>1</b>	<b>Dificultad</b>	<b>Baja</b>	<b>% de aciertos</b>	<b>100</b>
<b>RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PRUEBA</b>					
<b>Respuestas correctas</b>					
c) 24					
<b>Respuestas incorrecta</b>					
a) 0					
b) 0					
c) 0					
<b>Sin respuesta</b>					
0					

Este ítem ha sido respondido de forma correcta por todos los alumnos. Si observamos los resultados podemos comprobar como todos los alumnos han ido multiplicando 45 por las diferentes opciones que se les da hasta que al utilizar la opción c), han obtenido el resultado esperado.

<b>Divide y marca la solución correcta</b> $2156 \overline{) 7}$					
a) 3080 b) 308 c) 380 d) 38					
<b>Puntuación</b>	<b>1</b>	<b>Dificultad</b>	<b>Media</b>	<b>% de aciertos</b>	<b>83'33</b>
<b>RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PRUEBA</b>					
<b>Respuestas correctas</b>					
b) 20					
<b>Respuestas incorrecta</b>					
a) 2					
c) 0					
d) 2					
<b>En blanco</b>					
0					

Este ítem ha sido respondido correctamente por el 83'33 % de los alumnos.

Si analizamos los errores encontrados, podemos observar que los alumnos que han seleccionado la opción d) (ver Imagen 5), cuando no podían dividir 5 entre 7, en vez de añadir un cero al cociente y bajar la cifra siguiente, han bajado la cifra siguiente sin añadir el cero. Este error era un error esperado.

Divide y marca la solución correcta.

$$\begin{array}{r} 2156 \overline{) 7} \\ 056 \phantom{0} \\ \hline 9 \end{array}$$

a) 3080  
b) 308  
c) 380  
d) 38

Imagen 5: Ítem 3. Respuesta incorrecta

Dentro de los alumnos que han seleccionado la opción a), uno de ellos no ha realizado la división y ha marcado esa opción sin realizar cuentas, otro alumno ha hecho bien la división pero de resto en vez de cero, a escrito un 4 y ha añadido un cero en el cociente al acabar la división.

¿Cuál es el número que falta en esta división? 162: ___ = 6					
Puntuación	1	Dificultad	Muy alta	% de aciertos	20'83
RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PRUEBA					
Respuestas correctas					
5					
Respuestas incorrecta					
7					
1 (Procedimiento correcto, pero con error en el cálculo)					
En blanco					
11					

En este ítem tan solo el 20'81% ha dado una respuesta acertada. Esto implica que solo cinco alumnos han respondido correctamente. De éstos, sólo una persona ha obtenido el resultado dividiendo dividendo entre cociente (ver Imagen 6), los otros cuatro alumnos han procedido por ensayo-error.

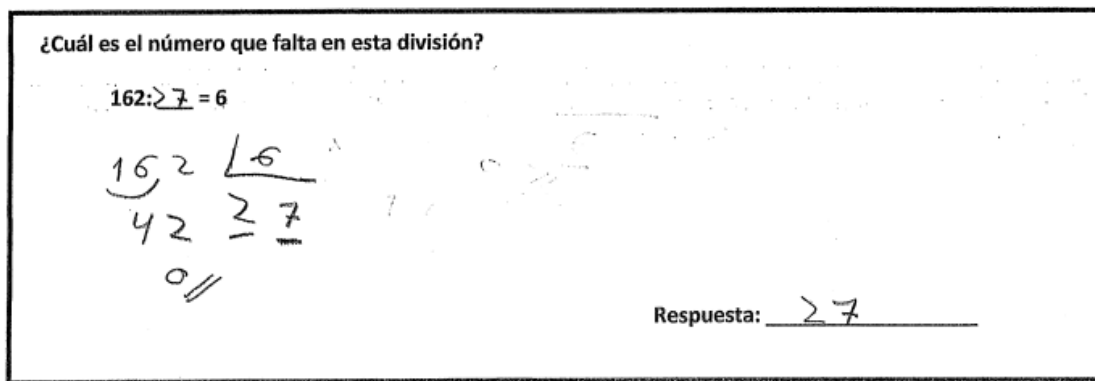


Imagen 6: Ítem 4. Respuesta correcta

Cabe destacar que once de los alumnos han dejado el ítem en blanco, puesto que no sabían cómo obtener el resultado.

De los ocho alumnos que han realizado el ejercicio pero han contestado incorrectamente, la mayoría ha escrito un resultado incorrecto sin ninguna justificación. En otros se notaba que habían estado probando, pero sin llegar a dar con el número correcto. Hay un alumno que ha multiplicado las dos cifras que y ha puesto eso como respuesta.

Por último, un alumno ha realizado el proceso correcto, pero en vez de poner el número 6 en el divisor, se ha confundido y ha escrito 5. El proceso lo ha realizado correctamente.

<p><b>Lucía compró 7 bolsas con 13 caramelos en cada una, ¿cuántos caramelos tendrá Lucía?</b></p> <p>a) 20 b) 91 c) 16 d) 81</p>					
<b>Puntuación</b>	<b>1</b>	<b>Dificultad</b>	<b>Baja</b>	<b>% de aciertos</b>	<b>91'66</b>
<b>RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PRUEBA</b>					
<b>Respuestas correctas</b>					
c) 22					
<b>Respuestas incorrecta</b>					
a) 2					
b) 0					
c) 0					
<b>Sin respuesta</b>					
0					

En esta situación había 22 respuestas correctas, es decir, un 91'66%.



Las dos personas que han seleccionado otra respuesta, se han decantado por la opción a) respuesta que se obtiene sumando los datos del problema. Como al realizar esa suma el resultado coincidía con una de las opciones, la han marcado sin entender el significado de los datos, ni cómo se relacionaban entre ellos.

<b>Un bidón de zumo de 102 litros se reparte en 51 botellas iguales para venderlas en una tienda, ¿cuántos litros de zumo hay en cada botella?</b>					
<b>Respuesta:</b> _____					
<b>Puntuación</b>	<b>1</b>	<b>Dificultad</b>	<b>Alta</b>	<b>% de aciertos</b>	<b>66'67</b>
<b>RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PRUEBA</b>					
<b>Respuestas correcta</b>					
<b>16</b>					
<b>Respuestas incorrecta</b>					
<b>5</b>					
<b>3 (Procedimiento correcto, pero con error en el cálculo)</b>					
<b>En blanco</b>					
<b>0</b>					

En este ítem, han respondido de forma correcta el 66'67% de los alumnos, esto implica que 16 personas han respondido de forma acertada.

Entre los errores encontramos los siguientes:

- Una persona ha realizado una suma.
- Dos personas han restado los litros de zumo menos las botellas.
- Dos personas han multiplicado los litros de zumo por las botellas.
- Tres personas han elegido la operación correcta pero han fallado en el cálculo.

<b>Una estantería tiene 240cm de largo. Roberto está colocando cajas en ella. Cada caja ocupa un espacio de 20cm en la estantería. ¿Cuál de las siguientes operaciones muestra el número de cajas que puede colocar Roberto en la estantería? El número de cajas está representado por un ▲</b>					
<div style="text-align: right;">           a) <math>240 - 20 =</math> ▲            b) <math>240 : 20 =</math> ▲            c) <math>240 + 20 =</math> ▲            d) <math>240 \times 20 =</math> ▲         </div>					
<b>Puntuación</b>	<b>1</b>	<b>Dificultad</b>	<b>Alta</b>	<b>% de aciertos</b>	<b>41'67</b>
				<b>% de aciertos TIMSS 2007</b>	<b>50'7</b>

RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PRUEBA	
<b>Respuestas correctas</b>	
b) 10	
<b>Respuestas incorrecta</b>	
a) 6	
c) 0	
d) 5	
<b>Sin respuesta</b>	
3	

Solo el 41'67 % de los alumnos ha respondido correctamente.

Ninguno ha considerado que la opción correcta era sumar, sin embargo, entre la resta y la multiplicación se han repartido casi de forma equitativa las respuestas incorrectas.

Me parece importante subrayar que, a pesar de que se les explicó que en ese ejercicio no tenían por qué resolver la operación, en la mayoría de casos la han resuelto. Y algunos de ellos no solo han resuelto la elegida, sino que también las demás

Tan solo 3 alumnos han dejado el ítem en blanco.

**En una caja caben 9 bolsas. En una bolsa caben 6 manzanas. ¿Cuántas bolsas necesito para meter 270 manzanas? ¿Y cuántas cajas?**

Respuesta: \_\_\_\_\_bolsas    Respuesta: \_\_\_\_\_cajas

<b>Puntuación</b>	<b>2</b>	<b>Dificultad</b>	<b>Muy alta</b>	<b>% de aciertos</b>	<b>20'83</b>
RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PRUEBA					
<b>Respuestas correctas</b>					
5					
<b>Respuestas parcialmente correctas</b>					
4					
<b>Respuestas incorrectas</b>					
14					
<b>Sin respuesta</b>					
1					

Este ítem, que tiene una puntuación máxima de dos puntos, ha sido respondido de forma correcta por cinco alumnos y otros cuatro han conseguido calcular y responder de forma correcta a una de las preguntas.

Dentro de los alumnos que han respondido de forma correcta a ambas preguntas, podemos encontrar dos tipos de estrategias de resolución muy diferentes. Como podemos observar en la Imagen 7, hay alumnos que han llevado a cabo el procedimiento esperado, es decir, han repartido las manzanas en las bolsas y luego el número de bolsas que salía, entre las cajas.

En una caja caben 9 bolsas. En una bolsa caben 6 manzanas. ¿Cuántas bolsas necesito para meter 270 manzanas? ¿Y cuántas cajas?

$$\begin{array}{r} 270 \overline{) 16} \\ 30 \phantom{0} 45 \\ \underline{0} \phantom{0} 11 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 45 \overline{) 19} \\ 0 \phantom{0} 5 \end{array}$$

Respuesta: 45 bolsas. Respuesta: 5 cajas.

Imagen 7: Ítem 8. Respuesta correcta

Sin embargo, encontramos el caso de un alumno que como podemos ver en la Imagen 8, en primer lugar ha multiplicado las bolsas que caben en cada caja por las manzanas que caben en cada bolsa, lo que da como resultado las manzanas que caben en cada caja. Una vez calculado esto, ha dividido el número de manzanas que había por las manzanas que caben en cada caja, calculando así las cajas necesarias. Ahora faltaba calcular las bolsas que hacían falta, y para ello ha multiplicado las cajas necesarias por las bolsas que caben en cada una de las cajas.

En una caja caben 9 bolsas. En una bolsa caben 6 manzanas. ¿Cuántas bolsas necesito para meter 270 manzanas? ¿Y cuántas cajas?

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 6 \\ \hline 54 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 270 \overline{) 154} \\ 0 \phantom{0} 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5 \\ \times 9 \\ \hline 45 \end{array}$$

Respuesta: 45 bolsas. Respuesta: 5 cajas.

Imagen 8: Ítem 8. Respuesta correcta

Si nos fijamos en los alumnos que han obtenido solo una de las respuestas podemos observar (ver Imagen 9) un fallo en repetidas ocasiones. Lo que han hecho estos alumnos es multiplicar las bolsas que caben en cada caja por las manzanas que hay en cada una de esas bolsas, calculando así las manzanas que hay en una caja. Sabiendo esto, han dividido las manzanas que había que colocar, entre las que cabían en cada caja, obteniendo así las cajas que se necesitaban, que era la segunda pregunta del problema. Estos alumnos no han sido capaces de realizar el paso que faltaba para completar el ítem de forma correcta (Ver en Imagen 8), ya que han considerado el 54 como bolsas en vez de como manzanas por caja.

En una caja caben 9 bolsas. En una bolsa caben 6 manzanas. ¿Cuántas bolsas necesito para meter 270 manzanas? ¿Y cuántas cajas?

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 9 \\ \hline 54 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 270 \overline{) 54} \\ 011 \overline{) 5} \end{array}$$

Respuesta: 54 bolsas. Respuesta: 5 cajas.

Imagen 9: Ítem 8. Respuesta parcialmente correcta

Otro fallo (ver Imagen 10) que han tenido los alumnos que han respondido mal solo a una de las preguntas de este ítem, es el de dividir las manzanas que nos dan tanto por las manzanas que caben en cada bolsa, lo que les da una de las dos respuestas, como por las cajas que caben en cada bolsa, lo cual no tiene sentido y ahí pierden uno de los dos puntos.

En una caja caben 9 bolsas. En una bolsa caben 6 manzanas. ¿Cuántas bolsas necesito para meter 270 manzanas? ¿Y cuántas cajas?

$$\begin{array}{r} 270 \overline{) 6} \\ 30 \overline{) 45} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 270 \overline{) 9} \\ 00 \overline{) 30} \\ 011 \end{array}$$

Respuesta: 45 bolsas. Respuesta: 30 cajas.

Imagen 10: Ítem 8. Respuesta parcialmente correcta

Si nos fijamos en los alumnos que han fallado en este ítem, podemos observar (ver Imagen 11) que en la mayoría de casos el fallo es el mismo, ya que han realizado justo la operación contraria a la que se tenía que hacer.

En una caja caben 9 bolsas. En una bolsa caben 6 manzanas. ¿Cuántas bolsas necesito para meter 270 manzanas? ¿Y cuántas cajas?

$$\begin{array}{r} \times 270 \\ \dots 6 \\ \hline 2020 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 2020 \\ \dots 9 \\ \hline 18180 \end{array}$$

Respuesta: 2020 bolsas. Respuesta: 18180 cajas.

Imagen 11: Ítem 8. Respuesta incorrecta

Hoy he comprado 4 entradas de teatro y me han cobrado 60€. ¿Cuánto me habrían cobrado por 7 entradas?					
Respuesta: _____					
Puntuación	2	Dificultad	Muy alta	% de aciertos	37'5
<b>RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PRUEBA</b>					
<b>Respuestas correctas</b>					
9					
<b>Respuestas parcialmente correctas</b>					
1					
<b>Respuestas incorrectas</b>					
15					
<b>Sin respuesta</b>					
0					

En este ítem, 9 alumnos han logrado calcular la respuesta correcta. Cabe destacar la técnica utilizada por uno de ellos (ver Imagen 12), Después de realizar la división para calcular la razón, es decir, el precio de cada una de las entradas, en vez de multiplicarlo por siete ha realizado una suma reiterada. Sin embargo, en el resto de ítems de la prueba, este alumno no ha realizado las multiplicaciones mediante este método.

Imagen 12: Ítem 9. Respuesta correcta

Este ítem lo han intentado responder todos los alumnos, puesto que no hay respuestas en blanco, sin embargo, quince personas no han sabido hacerlo de forma correcta. La mayoría de estos fallos (Ver Imagen 13) provienen de entender los 60€ que valen 4 entradas, como el dinero que vale una de ellas, y así multiplicar 60 por 7, para calcular lo que habrían costado las entradas que se les pide.

Imagen 13: Ítem 9. Respuesta incorrecta

Otros alumnos han escrito respuestas incoherentes sin realizar operaciones.

Ocho niños tienen entre todos 74 caramelos. ¿Cuántos caramelos más son necesarios para poder dar a cada niño el mismo número sin que sobre ninguno?

Respuesta: \_\_\_\_\_

Respuesta	Abierta	Dificultad	Alta	% de aciertos	12'5
				% de aciertos TIMSS 2007	40'8

RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PRUEBA	
Respuestas correctas	
3	
Respuestas incorrectas	
20	
1	(Procedimiento correcto, cálculo incorrecto)
Sin respuesta	
0	

Solo 3 alumnos han respondido a este ítem correctamente, podemos observar (ver Imagen 14) el procedimiento que han seguido, realizando de forma correcta la gestión del resto que tantas dificultades ha causado al resto de alumnos.

6. Ocho niños tienen entre todos 74 caramelos. ¿Cuántos caramelos más son necesarios para poder dar a cada niño el mismo número sin que sobre ninguno?

$$\begin{array}{r} 74 \overline{) 8} \\ 2 \parallel 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ - 2 \\ \hline 6 \end{array}$$

Respuesta: Son 6 caramelos

Imagen 14: Ítem 10. Respuesta correcta

Sin embargo, no todos los alumnos que han respondido de forma incorrecta a este ítem estaban completamente perdidos. Tenemos el caso de una alumna (ver Imagen 15) que sabía el proceso que debía realizar, pero se ha equivocado al hacer la resta y por eso su respuesta ha sido incorrecta.

6. Ocho niños tienen entre todos 74 caramelos. ¿Cuántos caramelos más son necesarios para poder dar a cada niño el mismo número sin que sobre ninguno?

$$\begin{array}{r} 74 \overline{) 8} \\ 2 \parallel 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ - 2 \\ \hline 5 \end{array}$$

Respuesta: \_\_\_\_\_

Imagen 15: Ítem 10. Respuesta incorrecta

Los errores en este ítem vienen de los problemas que les plantea la gestión del resto por falta de entrenamiento, ya que no se les suelen plantear a los alumnos situaciones en las que tengan que utilizar el resto para calcular el resultado de un problema. La mayoría de alumnos no han sabido qué hacer con los datos que tenían. Tenemos algún caso que ha intentado resolverlos, aunque sin éxito, probando con diferentes números, sin embargo, lo han dejado antes de encontrar el número correcto con el que la división daba de resto cero.

### 5.5. Comparativa entre los resultados propios y los resultados de TIMSS

En la prueba realizada, había tres ítems correspondientes a TIMSS 2007, uno de conocimiento, otro de aplicación y otro de razonamiento. Si comparamos los datos conseguidos entonces con los que han tenido los alumnos de esta prueba obtenemos el Gráfico 3.

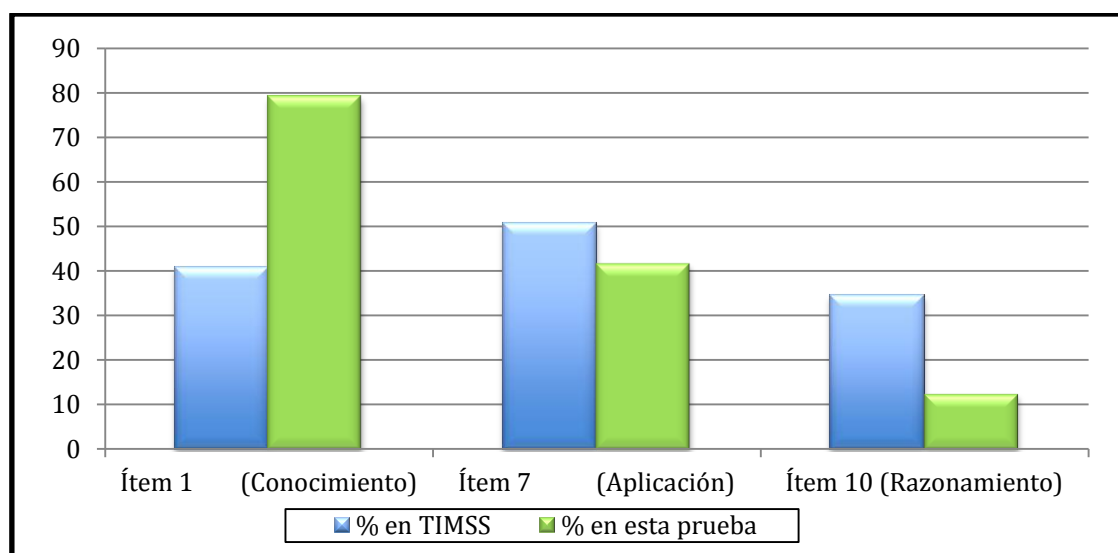


Gráfico 3: Comparativa entre TIMSS y la prueba realizada

Como se observa en la tabla, los resultados obtenidos en las pruebas TIMSS, se sitúan aproximadamente entre los mismos porcentajes, entre el 30% y el 50%, mientras que los resultados en la experimentación son bastante dispares entre unos ítems y otros.

- En el ítem número 1, del dominio cognitivo de conocimiento, el porcentaje obtenido en las pruebas TIMSS es mucho menor, ya que el realizado en esta prueba duplica su porcentaje de aciertos.



- En el ítem número 3, del dominio cognitivo de aplicación, se han obtenido resultados bastante similares a los de las pruebas de TIMSS 2007.
- En el último ítem, el del dominio cognitivo de razonamiento podemos observar que los resultados de TIMSS son bastante más altos.

## 5.6. Resultados de los alumnos en la prueba

En la prueba realizada se podían conseguir hasta un máximo de doce puntos, ya que había ocho ítems de un punto y dos ítems de dos. En el Gráfico 4 que aparece a continuación, se puede observar el número de alumnos que han obtenido cada una de las posibles puntuaciones.

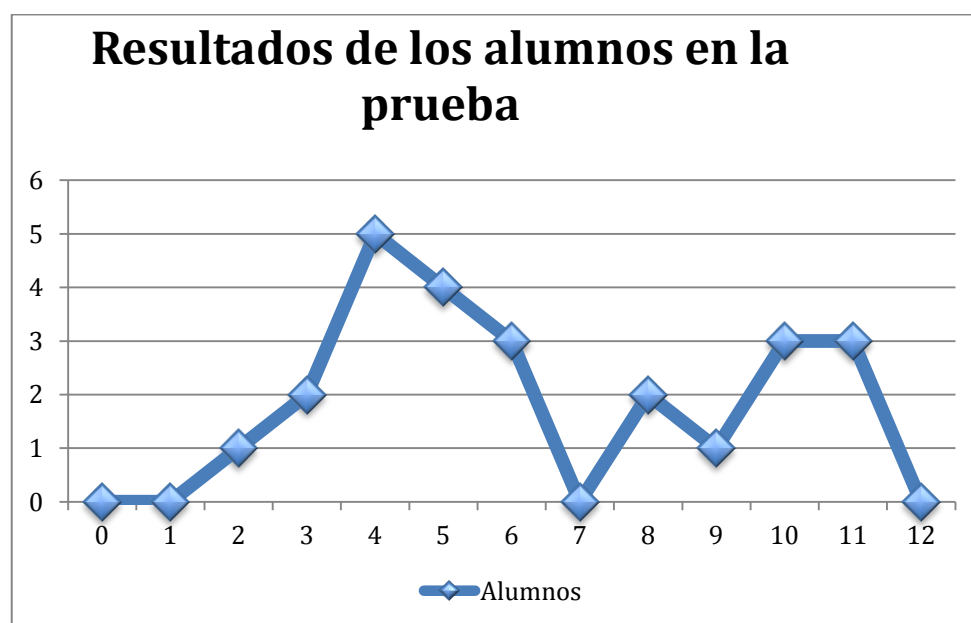


Gráfico 4: Resultado de los alumnos en la prueba

En el Gráfico 5 agrupamos las puntuaciones obtenidas por los alumnos en cuatro grandes bloques y presentamos el número de alumnos en cada uno de los intervalos. De 0 a 3, serían puntuaciones muy bajas, de 4 a 6 bajas, de 7 a 9 altas y de 10 a 12 excelentes.

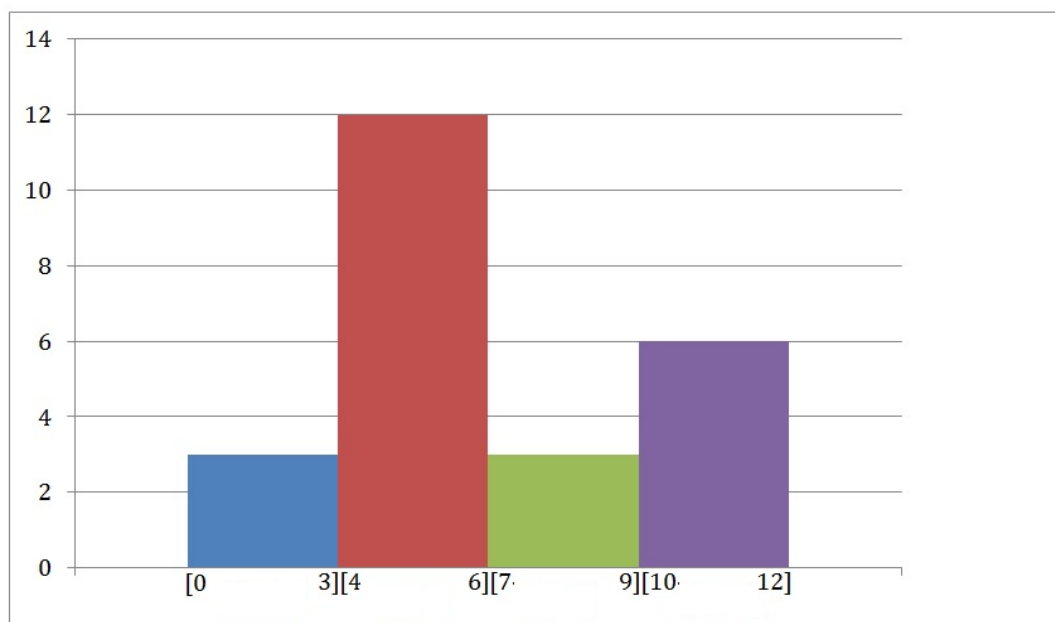


Gráfico 5: Resultados de los alumnos agrupados

Es importante destacar que hay una gran cantidad de alumnos que se encuentran en una posición baja, ya que un total de seis tienen en esta prueba una puntuación de cuatro. Sorprendentemente hay muy pocos alumnos que se sitúen en el rango de puntuaciones muy bajas, puesto que todos han respondido correctamente al menos a dos ítems. También hay que destacar que encontramos seis alumnos con calificaciones en el rango de excelente, aunque ninguno ha conseguido alcanzar la máxima puntuación contestando bien a todas las preguntas.

Analizando lo dicho, podemos ver que 12 alumnos, lo que corresponde con un 50% del total de las pruebas, han obtenido menos de la mitad de puntos. Mientras que los otros 12 alumnos restantes, es decir, el otro 50% de los alumnos, han obtenido más de la mitad de los puntos posibles.

## 6 CONCLUSIONES Y VALORACIÓN PERSONAL

Tras recopilar los ítems liberados en las pruebas TIMSS, me he dado cuenta de que no son muchos los ítems que se liberan, ya que de las cinco pruebas realizadas, solo se han encontrado una cantidad de ítems reseñable en el año 2007. El motivo de esto es poder reutilizar estos ítems en futuros exámenes, sin embargo para conocer mejor la naturaleza de estas pruebas, sería deseable poder contar con una mayor cantidad de ítems para analizar.

Los ítems de respuesta múltiple no se suelen utilizar prácticamente nada en las clases. Por esa razón, durante la elaboración de la prueba, me ha resultado algo más complicado el diseño de este tipo de ítems. Los ítems de respuesta elaborada resultan más familiares, puesto que son los que estamos acostumbrados a resolver y a redactar. Además, los ítems de respuesta múltiple resultan más complejos porque durante el proceso hay que tener muy claros los posibles fallos esperados por los alumnos para que dentro de las opciones aparezcan dichos errores.

Una vez desarrollada la prueba, me he dado cuenta de que como normalmente no están acostumbrados a realizar ítems de respuesta múltiple, éstos les han resultado más complejos. Sin embargo, lo que más me ha llamado la atención ha sido que la mayoría de alumnos borraba las operaciones que realizaba para llegar a los resultados, esto hace que resulte complicado ver qué alumnos a pesar de no llegar al resultado correcto, conocen las técnicas o procedimientos adecuados

Analizando los ítems, he observado cómo las mayores dificultades encontradas por los alumnos, estaban en los ítems que eran situaciones a las que normalmente los alumnos no se tienen que enfrentar. En las clases lo que más se trabaja dentro de las situaciones multiplicativo-formales son las operaciones directas, y por lo tanto, lo que se busca es que los niños dominen el algoritmo a base de repetir estos ejercicios y no se profundiza en el significado y propiedades de las operaciones. Por esta razón, cuando se tienen que enfrentar a una situación diferente, no saben cómo actuar.

Dentro de las situaciones multiplicativo-concretas, en las aulas se suelen realizar problemas de una sola etapa y en los que está clara la estructura que se debe seguir para resolverlos. Por ello, cuando en la prueba los alumnos tenían que utilizar el resto para

conseguir solucionar el problema, o cuando tenían que relacionar los datos entre sí para ver cuándo utilizar cada uno de ellos en los problemas de varias etapas, no eran capaces de realizarlo de forma correcta

Me han llamado mucho la atención los resultados de la comparación entre los ítems de TIMSS con los mismos realizados por los alumnos de esta prueba.

En primer lugar, en el ítem del dominio cognitivo de conocimiento, los resultados obtenidos han sido muy altos, superando a TIMSS claramente. Esto es posible que se deba a que los algoritmos son muy trabajados en las clases, y se hace mucho hincapié en que los alumnos realicen estos ejercicios de forma correcta.

En el ítem del dominio cognitivo de aplicación, se han obtenido unos resultados parecidos en ambas pruebas. Se podría decir que a este dominio pertenecen los problemas o situaciones a las que los niños se enfrentan normalmente en el colegio.

Por último, en el ítem del dominio cognitivo de razonamiento, los resultados que se han obtenido han sido mucho peores. Esto probablemente se deba a que los niños no están acostumbrados a tener que pensar demasiado, ya que se aprenden las estructura de los problemas y las llevan a cabo, pero en estas situaciones que se plantean en este dominio es necesario ir más allá y tener una comprensión un poco más profunda de los conceptos involucrados

Una vez comentados los resultados obtenidos en los ítems de forma individual, y tras comparar los resultados obtenidos con los ítems de TIMSS, se realizó un pequeño análisis de los resultados en las pruebas. En este análisis me resultó llamativo que el número de alumnos con más de la mitad de los puntos posibles y de alumnos con menos de la mitad de puntos fuera exactamente el mismo. También que hubiera tantos alumnos con resultados excelentes, y tan solo tres con resultados muy bajos, destacando además que no había ningún cero. Sin embargo, considero que para que esta prueba hubiera tenido unos resultados exitosos la mayoría de los alumnos habrían tenido que obtener una puntuación mayor de seis, puesto que considero que no era una prueba muy compleja y que obtener esa puntuación debería ser asequible para cualquier alumno de cuarto de primaria que tuviera bien asentadas las estructuras multiplicativas.

Tras comentar las conclusiones obtenidas durante la realización de este trabajo, considero que los objetivos planteados se han cumplido de forma satisfactoria.

Gracias al trabajo de fin de grado, he tenido la oportunidad de descubrir las pruebas de evaluación de diagnóstico, principalmente aquellas que se centran en Educación Primaria. Las pruebas de este tipo me parecen muy interesantes para evaluar las diferentes competencias de los alumnos, y poder así solucionar las diferentes carencias que se reflejen en el análisis de los resultados obtenidos. Si se gestionaran bien las conclusiones extraídas de estas pruebas y se llevasen a las aulas, se podría intentar mejorar en aquellos aspectos en los que fuera necesario

Me resulta llamativo, lo fácil que me ha resultado encontrar noticias sobre los resultados de España en las pruebas PISA, y sin embargo, para encontrar artículos relacionados con otras evaluaciones de diagnóstico, como TIMSS, era mucho más difícil y costoso, pues eran mucho más escasas. Es sorprendente que existiendo tantas pruebas, la mayoría de la sociedad desconozca su existencia, ya que incluso los docentes de educación primaria desconocen muchas de estas pruebas.

Personalmente, considero que España puede mejorar los resultados de estas pruebas, pero para ello es necesario detectar los principales problemas que han ido surgiendo en las realizadas hasta ahora, para desde los centros poner remedio. Tenemos que intentar crear alumnos autónomos que no realicen las matemáticas mecánicamente, sino que entiendan lo que están haciendo y sean capaces de pensar por ellos mismos qué estrategia seguir para solucionar aquellos problemas que no responden a las situaciones típicas a las que se enfrentan normalmente.

Por lo tanto, me parece muy interesante la realización de las evaluaciones de diagnóstico tanto de la competencia matemática, que es el caso que aquí se trata, como del resto de competencias, con la finalidad de mejorar la educación, con la esperanza de que España mejore su sistema educativo y los resultados que obtenga a nivel internacional sean comparados, no por resultar mediocres o demasiado bajos, sino por tratarse de unos buenos resultados reflejo de una educación de calidad.

Me ha servido mucho la realización del trabajo de fin de grado, me parece un proyecto muy interesante, que supone el colofón de esta etapa académica de cuatro años, en el que se da la oportunidad de profundizar en algún tema de interés para el alumno. En

este caso, conocer diferentes pruebas de diagnóstico, profundizando en las TIMSS y además centrándome en las estructuras multiplicativas. Elaborando además un material propio que he podido llevar a la práctica en un aula real y pudiendo realizar un análisis posterior de los resultados obtenidos. Considero que todo el esfuerzo y el tiempo invertido, al final han merecido la pena y estoy contenta con el resultado obtenido.

## 7 REFERENCIAS

- DIEGO, J. (Septiembre de 2013) *Elaboración de ITEMS. Hacia TIMSS 2015*. Accesible en: [http://www.slideshare.net/INEE\\_MECD/timss-2015-elaboracion-items1](http://www.slideshare.net/INEE_MECD/timss-2015-elaboracion-items1)
- EDUCA.ARAGÓN. (2013/2014). *Instrucciones para la aplicación de la evaluación individualizada*. Accesible en: [http://evalua.educa.aragon.es/admin/admin\\_1/file/DocApoyoRealizacion/InstruccionesAplicacionPruebas\\_2013\\_14.pdf](http://evalua.educa.aragon.es/admin/admin_1/file/DocApoyoRealizacion/InstruccionesAplicacionPruebas_2013_14.pdf)
- EECL. (2014). *Estudio Europeo de Competencia Lingüística*. INEE. Accesible en: [http://www.mecd.gob.es/inee/Ultimos\\_informes/EECL.html](http://www.mecd.gob.es/inee/Ultimos_informes/EECL.html)
- EL MUNDO. (2014, 3 de febrero). *El director del Informe PISA reclama a España más autonomía para los profesores*. Accesible en: <http://www.elmundo.es/espana/2014/02/03/52efb38b22601db3338b457a.html>
- EL MUNDO. (2013, 3 de diciembre). *España sigue “anclada” a la cola de la UE en educación*. Accesible en: <http://www.elmundo.es/espana/2013/12/03/529cf657684341c1678b458e.html>
- EL PAÍS. (2013, 3 de diciembre). *España repite curso*. Accesible en: [http://sociedad.elpais.com/sociedad/2013/12/03/actualidad/1386063448\\_866928.html](http://sociedad.elpais.com/sociedad/2013/12/03/actualidad/1386063448_866928.html)
- EL PAÍS. (2012, 11 de diciembre). *La escuela se atasca en Primaria*. Accesible en: [http://sociedad.elpais.com/sociedad/2012/12/11/actualidad/1355222473\\_745953.html](http://sociedad.elpais.com/sociedad/2012/12/11/actualidad/1355222473_745953.html)
- EL PAÍS. (2014, 5 de abril). *El futuro examen digital de PISA amenaza la nota de España*. Accesible en: [http://sociedad.elpais.com/sociedad/2014/04/05/actualidad/1396715418\\_617558.html](http://sociedad.elpais.com/sociedad/2014/04/05/actualidad/1396715418_617558.html)
- España. Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de educación. *Boletín oficial del Estado*, Jueves 4 de mayo de 2006, núm. 7899, pág. 17158.
- España. Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. *Boletín oficial del Estado*, Martes 10 de diciembre de 2013, núm. 12886, pág. 97858.

Evaluación general de diagnóstico. (2014). INEE. Accesible en:  
<https://www.mecd.gob.es/inee/publicaciones/evaluacion-diagnostico.html>

GOBIERNO DE CANARIAS. (2014). *Diferencias y características comunes entre las EGD y las ED*. Accesible en:  
<http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/Portal/WEBBicet/scripts/default.asp?W=2&P=24&S=27>

HERALDO DE ARAGÓN (2013, 3 de diciembre). *España sigue teniendo malos resultados en el Informe PISA*. Accesible en:  
[http://www.heraldo.es/noticias/nacional/2013/12/03/espana\\_sigue\\_por\\_debajo\\_media\\_ocde\\_matematicas\\_lectura\\_ciencias\\_259226\\_305.html](http://www.heraldo.es/noticias/nacional/2013/12/03/espana_sigue_por_debajo_media_ocde_matematicas_lectura_ciencias_259226_305.html)

HERALDO DE ARAGÓN (2013, 3 de diciembre). *Aragón supera la media de la OCDE en ciencias y matemáticas*. Accesible en:  
[http://www.heraldo.es/noticias/aragon/2013/12/03/los\\_alumnos\\_aragoneses\\_por encima\\_media\\_ultimo\\_informe\\_pisa\\_259230\\_300.html](http://www.heraldo.es/noticias/aragon/2013/12/03/los_alumnos_aragoneses_por encima_media_ultimo_informe_pisa_259230_300.html)

HERALDO DE ARAGÓN. (2012, 11 de diciembre). *Los alumnos españoles de 4º de Primaria, por debajo de la media de la OCDE*. Accesible en:  
[http://www.heraldo.es/noticias/nacional/2012/12/11/los\\_alumnos\\_espanoles\\_primaria\\_por\\_debajo\\_media\\_ocde\\_214787\\_305.html](http://www.heraldo.es/noticias/nacional/2012/12/11/los_alumnos_espanoles_primaria_por_debajo_media_ocde_214787_305.html)

HUFFINGTON POST. (2014, 29 de enero). *Informe PISA: resultados sorprendentes según la riqueza*. Accesible en: [http://www.huffingtonpost.es/2014/01/28/informe-pisa-riqueza-estudios\\_n\\_4681467.html](http://www.huffingtonpost.es/2014/01/28/informe-pisa-riqueza-estudios_n_4681467.html)

ICCS. (2014) *Estudio Internacional sobre Educación Cívica y Ciudadana*. . INEE. Accesible en: <http://www.mecd.gob.es/inee/estudios/iccs.html>

INEE. (2014) *Instituto Nacional de Evaluación educativa*. MECD. Accesible en: <http://www.mecd.gob.es/inee/portada.html>

OLLER, A. (2012). *Proporcionalidad aritmética: Una propuesta didáctica para alumnos de secundaria*. Tesis Doctoral, Universidad de Valladolid. Recuperable en: <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/1118>



- PIAAC. (2014). *Programa para la Evaluación Internacional de las Competencias de los Adultos*. INEE Accesible en: <http://www.mecd.gob.es/inee/estudios/piaac.html>
- PIRLS – TIMSS. (2011). *Estudio internacional de progreso en comprensión lectora, matemáticas y ciencias. IEA. Volumen I, II: Informe Español*. Madrid 2012. Ministerio de educación, cultura y deporte.
- PIRLS – TIMSS.(2014). *Diferentes documentos relativos a PIRLS – TIMSS 2011*. Accesible en: [http://www.mecd.gob.es/inee/Ultimos\\_informes/PIRLS-TIMSS.html](http://www.mecd.gob.es/inee/Ultimos_informes/PIRLS-TIMSS.html)
- PISA. (2014). *Diferentes documentos relativos al Informa PISA 2012*. INEE. Accesible en: <https://www.mecd.gob.es/inee/estudios/pisa.html>
- PUIG, L. y CERDÁN, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares*. Síntesis, Madrid.
- TALIS. (2014). *Estudio Internacional de Enseñanza y Aprendizaje*. INEE Accesible en: <https://www.mecd.gob.es/inee/estudios/talis.html>
- TIMMS (2011). *Marcos de la evaluación*. Madrid 2012. Ministerio de educación, cultura y deporte.
- TIMSS. (2007). *Guía del Usuario para la Base de Datos Internacional. Preguntas de Ciencias y Matemáticas (4º Curso de Educación Primaria)*. Madrid 2011. Ministerio de Educación.



## ANEXO I. Ítems liberados de TIMSS 2007 sobre estructuras multiplicativas

M031254

Una estantería mide 240 cm de largo. Roberto está colocando cajas en ella. Cada caja ocupa un espacio de 20 cm en la estantería. ¿Cuál de las siguientes operaciones muestra el número de cajas que puede colocar Roberto en la estantería? El número de cajas está representado por un ▲.

(A)  $240 - 20 = \blacktriangle$

(B)  $240 \div 20 = \blacktriangle$

(C)  $240 + 20 = \blacktriangle$

(D)  $240 \times 20 = \blacktriangle$


**TIMSS**  
**2007**

**Matemáticas**  
**4º Primaria**

**Dominio de contenidos**  
Números

**Dominio cognitivo**  
Aplicación

**Puntuación máxima**  
1

 **TIMSS & PIRLS**  
International Study Center  
Lynch School of Education, Boston College

Copyright © 2008 International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). Todos los derechos reservados.

M031173

María tiene 6 cajas rojas. Cada caja roja tiene dentro 4 lápices. También tiene 3 cajas azules. Cada caja azul tiene 2 lápices dentro. ¿Cuántos lápices tiene María en total?

(A) 6

(B) 15

(C) 24

(D) 30


**TIMSS**  
**2007**

**Matemáticas**  
**4º Primaria**

**Dominio de contenidos**  
Números

**Dominio cognitivo**  
Aplicación

**Puntuación máxima**  
1

 **TIMSS & PIRLS**  
International Study Center  
Lynch School of Education, Boston College

Copyright © 2008 International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). Todos los derechos reservados.

M031245

$12 \div 3 = \blacksquare \div 2$

En esta operación, ¿qué número representa  $\blacksquare$ ?

(A) 2  
(B) 4  
(C) 6  
(D) 8

Copyright © 2008 International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). Todos los derechos reservados.

**TIMSS**  
**2007**

**Matemáticas**

**4º Primaria**

**Dominio de contenidos**

Números

**Dominio cognitivo**

Aplicación

**Puntuación máxima**

1

IEA TIMSS & PIRLS  
International Study Center  
Lynch School of Education, Boston College

M031303

Tenemos 9 filas de sillas. En cada fila, hay 15 sillas. ¿Cuál de las siguientes operaciones nos daría el número total de sillas?

(A)  $15 \div 9$   
(B)  $15 - 9$   
(C)  $15 \times 9$   
(D)  $15 + 9$

Copyright © 2008 International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). Todos los derechos reservados.

**TIMSS**  
**2007**

**Matemáticas**

**4º Primaria**

**Dominio de contenidos**

Números

**Dominio cognitivo**

Aplicación

**Puntuación máxima**

1

IEA TIMSS & PIRLS  
International Study Center  
Lynch School of Education, Boston College

M031309

Un trozo de cuerda de 204 cm de longitud se corta en 4 trozos iguales. ¿Cuál es la longitud de cada trozo?

Respuesta: \_\_\_\_\_ cm

Copyright © 2008 International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). Todos los derechos reservados.

**TIMSS  
2007**

**Matemáticas**

**4º Primaria**

**Dominio de contenidos**

Números

**Dominio cognitivo**

Aplicación

**Puntuación máxima**

1

**IEA** TIMSS & PIRLS  
International Study Center  
Lynch School of Education, Boston College

M031258

Tal y como muestra la tabla, Ana sigue una regla determinada para obtener sus números a partir de los números de María.

Números de María	Números de Ana
1 →	3
2 →	6
4 →	12
6 →	18

¿Cuál es la regla que sigue Ana para obtener sus números?

Copyright © 2008 International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). Todos los derechos reservados.

**TIMSS  
2007**

**Matemáticas**

**4º Primaria**

**Dominio de contenidos**

Números

**Dominio cognitivo**

Razonamiento

**Puntuación máxima**

1

**IEA** TIMSS & PIRLS  
International Study Center  
Lynch School of Education, Boston College

M041281

Yago tenía 32 lápices y 4 cajas para guardar lápices.  
Puso el mismo número de lápices en cada caja.  
¿Cuál de las siguientes operaciones representa cuántos lápices puso en cada caja?

- (A)  $32 + 4 = \square$   
 (B)  $32 - 4 = \square$   
 (C)  $32 \times 4 = \square$   
 (D)  $32 \div 4 = \square$

Copyright © 2008 International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). Todos los derechos reservados.

**TIMSS**  
**2007**

**Matemáticas**

**4º Primaria**

**Dominio de contenidos**

Números

**Dominio cognitivo**

Aplicación

**Puntuación máxima**

1

**IEA** TIMSS & PIRLS  
International Study Center  
Lynch School of Education, Boston College

M031235

8 niños tienen entre todos 74 caramelos. ¿Cuántos caramelos más son necesarios para que los niños puedan repartirlos a partes iguales?

Respuesta: \_\_\_\_\_

Copyright © 2008 International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). Todos los derechos reservados.

**TIMSS**  
**2007**

**Matemáticas**

**4º Primaria**

**Dominio de contenidos**

Números

**Dominio cognitivo**

Razonamiento

**Puntuación máxima**

1

**IEA** TIMSS & PIRLS  
International Study Center  
Lynch School of Education, Boston College

M031285

Dos chicos salieron a correr. Por cada 2 km que corría Fran, Álvaro corría 3 km. Fran corrió 6 km. ¿Cuántos corrió Álvaro?

Respuesta: \_\_\_\_\_ km

Copyright © 2008 International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). Todos los derechos reservados.

**TIMSS  
2007**

**Matemáticas**

**4º Primaria**

**Dominio de  
contenidos**

Números

**Dominio  
cognitivo**

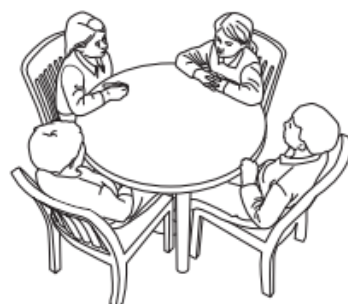
Razonamiento

**Puntuación  
máxima**

1

IEA TIMSS & PIRLS  
International Study Center  
Lynch School of Education, Boston College

M041039



En esta mesa caben cuatro personas.

¿Cómo sabrías cuántas mesas se necesitan para sentar a 28 personas?

- (A) Multiplicando 28 por 4.
- (B) Dividiendo 28 entre 4.
- (C) Restando 4 a 28.
- (D) Sumando 4 a 28.

Copyright © 2008 International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). Todos los derechos reservados.

**TIMSS  
2007**

**Matemáticas**

**4º Primaria**

**Dominio de  
contenidos**

Números

**Dominio  
cognitivo**

Aplicación

**Puntuación  
máxima**

1

IEA TIMSS & PIRLS  
International Study Center  
Lynch School of Education, Boston College

M031286

En un aparcamiento de coches se han aparcado 762 coches en 6 filas iguales.  
¿Cuántos coches hay en cada fila?

Respuesta: \_\_\_\_\_

Copyright © 2008 International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). Todos los derechos reservados.

**TIMSS**  
**2007**

**Matemáticas**

**4º Primaria**

**Dominio de contenidos**

Números

**Dominio cognitivo**

Conocimiento

**Puntuación máxima**

1

**IEA** TIMSS & PIRLS  
International Study Center  
Lynch School of Education, Boston College

M041278

Multiplícala:  
 $53 \times 26$

Respuesta: \_\_\_\_\_

Copyright © 2008 International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). Todos los derechos reservados.

**TIMSS**  
**2007**

**Matemáticas**

**4º Primaria**

**Dominio de contenidos**

Números

**Dominio cognitivo**

Conocimiento

**Puntuación máxima**

1

**IEA** TIMSS & PIRLS  
International Study Center  
Lynch School of Education, Boston College



M031227

4	Regla de Carlos	9
5	Regla de Carlos	11
8	Regla de Carlos	17
11	Regla de Carlos	23

Carlos ha seguido la misma regla en todos los casos para obtener los números de los  $\square$  a partir de los números de los  $\triangle$ . ¿Qué regla ha seguido?

Respuesta: \_\_\_\_\_

**TIMSS**  
**2007**

**Matemáticas**  
**4º Primaria**

**Dominio de contenidos**  
Números

**Dominio cognitivo**  
Razonamiento

**Puntuación máxima**  
1

**IEA** TIMSS & PIRLS  
International Study Center  
Lynch School of Education, Boston College



## ANEXO II. Prueba propia

Curso: 4º Educación Primaria		Fecha:
Nombre:	Apellidos:	Nº

Multiplica.

$$53 \times 26$$

Respuesta: \_\_\_\_\_

$$45 \times \blacksquare = 225$$

En esta multiplicación, ¿qué número representa  $\blacksquare$  ?

- a) 7
- b) 4
- c) 5
- d) 6

Divide y marca la solución correcta.

$$2156 \div 7 = \underline{\hspace{2cm}}$$

- a) 3080
- b) 308
- c) 380
- d) 38

¿Cuál es el número que falta en esta división?

$$162 : \underline{\hspace{1cm}} = 6$$

Respuesta: \_\_\_\_\_

Lucía compró 7 bolsas con 13 caramelos en cada una, ¿cuántos caramelos tendrá Lucía?

- a) 20
- b) 91
- c) 16
- d) 81

Un bidón de zumo de 102 litros se reparte en 51 botellas iguales para venderlas en una tienda, ¿cuántos litros de zumo hay en cada botella?

Respuesta: \_\_\_\_\_

Una estantería tiene 240cm de largo. Roberto está colocando cajas en ella. Cada caja ocupa un espacio de 20cm en la estantería. ¿Cuál de las siguientes operaciones muestra el número de cajas que puede colocar Roberto en la estantería? El número de cajas está representado por un ▲

- a)  $240 - 20 =$  ▲
- b)  $240 : 20 =$  ▲
- c)  $240 + 20 =$  ▲
- d)  $240 \times 20 =$  ▲

En una caja caben 9 bolsas. En una bolsa caben 6 manzanas. ¿Cuántas bolsas necesito para meter 270 manzanas? ¿Y cuántas cajas?

Respuesta: \_\_\_\_\_ bolsas. Respuesta: \_\_\_\_\_ cajas.

Hoy he comprado 4 entradas de teatro y me han cobrado 60€. ¿Cuánto me habrían cobrado por 7 entradas?

Respuesta: \_\_\_\_\_

Ocho niños tienen entre todos 74 caramelos. ¿Cuántos caramelos más son necesarios para poder dar a cada niño el mismo número sin que sobre ninguno?

Respuesta: \_\_\_\_\_